ГОУ ВПО РОССИЙСКО-АРМЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Составлен в соответствии с государственными требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика и Положением «Об УМКД РАУ».

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института
математики и информатики
к.ф.-м.н.,
Дарбинян Арман Араикович
"19" 07 2023г.

Институт Математики и информатики

Кафедра: Математической кибернетики

Автор(ы): *д.ф.-м.н., профессор* **Чубарян Анаит Арташесовна**

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

Дисциплина: Б1.О.22 «Теория алгоритмов и математическая логика»

Направление: «Прикладная математика» 01.03.02

ЕРЕВАН

1. Аннотация

«Теория алгоритмов и математическая логика» включает в себя два предмета. Предмет теория алгоритмов изучает возможности эффективных вычислений уточнением понятия «алгоритм». В нашем курсе акцентируется внимание на двух уточнениях: рекурсивных функциях и вычислимости по Тьюригу. Доказывается их эквивалентность, вводится понятие универсальной функции, доказывается ее существование. Вводится понятие разрешимых и неразрешимых задач. Приводятся примеры неразрешимых проблем.

Предмет "Математическая логика", применяя математический аппарат, формализирует и каталогизирует правильные способы рассуждений с целью их приложения к более детальному и глубокому изучению математических дисциплин. Точно и адекватно определив понятие "математическое доказательство", позволяет избежать ошибочных рассуждений и неверных утверждений, а также выявить основные свойства формализуемых теорий.

2. Требования к исходным уровням знаний и умений студентов*

Элементы теории множеств, теории булевых функций, школьный курс арифметики.

1. Цель и задачи дисциплины

После прохождения дисциплины студент должен:

- Познакомиться с множеством вычислимых фвункций, с тезисами Чёрча и Тьюринга.
- Знать понятие универсальной функции, её значимость, её свойства.
- Различать разрешимые и неразрешимые проблемы.
- Формализировать и систематизировать правильные способы рассуждений, проявить навыки формализованных представлений различных утверждений, дать точное и адекватное понятие "математического доказательства".
- Познакомить со способами формализаций различных теорий и проявить навыки работы с формальными выводами.
- Определить основные свойства и требования, предъявляемые к формальным теориям. Установить факт наличия или отсутствия тех или иных свойств у различных формальных теорий.

3. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы по учебному плану.

Виды учебной работы	Всего часов	Количество часов по семестрам							
		1 сем.	2 сем.	3 сем.	4 сем.	5 сем.	6 сем.	7 сем.	8 сем.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Общая трудоемкость изучения дисциплины по семестрам, в т. ч.:	**216**			**108**	**108**				
1.1. Аудиторные занятия, в т. ч.:	**108**			**54**	**54**				
1.1.1. Лекции	**72**			**36**	**36**				
1.1.2. Практические занятия	**36**			**18**	**18**				
3.Самостоятельная работа,	**45**			**27**	**18**				
4. Контроль	**63**			**27**	**36**				
5. Кредиты	**6**			**3**	**3**				
4.Форма итогового контроля: Экзамен/Зачет	**экз.**			**экз.**	**экз.**				

4. Распределение весов по формам контроля

Формы контролей	**Веса форм текущих контролей в результирующих оценках текущих контролей**			**Веса форм промежуточных контролей в оценках промежуточных контролей**			**Веса оценок промежуточных контролей и результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей**			**Веса итоговых оценок промежуточных контролей в результирующей оценке промежуточных контролей**	**Веса результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля**
Вид учебной работы/контроля	**М1**[1]	**М2**	**М3**	**М1**	**М2**	**М3**	**М1**	**М2**	**М3**		
Контрольная работа						1					
Тест											
Курсовая работа											
Лабораторные работы											
Письменные домашние задания			1								
Реферат											
Эссе											
Другие формы (Указать)											
Другие формы (Указать)											
Веса результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей									0.4		
Веса оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей									0.6		

[1] Учебный Модуль

Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей											
Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей											
Вес итоговой оценки 3-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей										1	
Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля											0.4
Экзамен/зачет (оценка итогового контроля)											0.6 (Экзамен/Зачет)
	∑ = 1	∑ = 1	∑ = 1	∑ = 1	∑ = 1	∑ = 1	∑ = 1	∑ = 1	∑ = 1	∑ = 1	**∑ = 1**

6. Содержание дисциплины

6.1.1. Теория алгоритмов

Разделы и темы дисциплины	Всего ак. часов	Лекции, ак. часов	Практ. занятия, ак. часов	Семина-ры, ак. часов	Лабор, ак. часов	Другие виды занятий, акр. часов
1	**3=4+5+6 +7+8**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Модуль 1. Рекурсивные функции и функции, вычислимые по Тьюрингу						
Введение	**2**	**2**				
Раздел 1.. Рекурсивные функции						
Тема 1.1. Определение рекурсивных функций	**2**	**2**				
Тема 1.2. Обоснование рекурсивности множества известных функций.	**3**	**3**				
Тема 1.3. Дополнительные операции, не нарушающие примитивную (общую) рекурсивность: ограниченные сумма, произведение, минимизация. Общая (возвратная) рекурсия. Рекурсивные предикаты, результаты применения конечного числа логических операций к ним. Лемма о разветвлении.	**8**	**4**	**4**			

Тема 1.4 Определине машин Тьюринга, операции над ними, вычислимость по Тьюрингу рекурсивных функций.	**6**		**6**			
Раздел 2. Нумерации, универсальные функции						
Тема 2.1 Нумерация Кантора, Клини и Гёделя n–ок натуральных чисел	**5**	**4**	**1**			
Тема 2.2 Нумерация машин Тьюринга. Арифметизация процесса работы машины Тьюринга	**5**	**5**				
Тема 2.3 Определение универсальной ф-ии, теорема о существовании универсальной ф-ии. Свойства универсальных ф-ий.Теорема Клини о нормальной форме представления ч.р.ф..	**6**	4	2			
Модуль 2. Распознаваемые и полураспознаваемые множества						
Раздел 1 Распознаваемые множества и их свойства						
Тема 1.1 S-n-m теорема. Теорема о неподвижной точке.	**1**	**1**				
Тема 1.2 Распознаваемые (рекурсивне) множества и операции над ними.	**4**	**2**	**2**			
Тема 1.3 Теорема Райса.	**1**	**1**				
Тема 1.4 Полураспознаваемые (рекурсивно-перечислимые) множества (первое и второе определения) и операции над ними.	**2**	**2**				
Раздел 2. Свойства полураспознаваемых множеств, неразрешимые проблеемы						
Тема 2.1 Третье и четвёртое определения полураспознаваемых множеств. Теорема Поста. Проблемы применимости и самоприменимости.	**4**	**2**	**2**			
Тема 2.2 Операции поиска определенности и поиска нулей. Пятое - седьмое определения полураспознаваемых множеств	**3**	**2**	**1**			
Тема 2.3 Сводимость множеств,	**2**	**2**				

универсальные множества.						

6.1.2. Математическая логика

Разделы и темы дисциплины	**Всего ак. часов**	**Лекции, ак. часов**	**Практ. занятия, ак. часов**	**Семина-ры, ак. часов**	**Лабор, ак. часов**	**Другие виды занятий, акр. часов**
1	**3=4+5+6 +7+8**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Модуль 1. Исчисление высказываний и исчисление предикатов						
Введение	**2**	**2**				
Раздел 1.. Исчисление высказываний						
Тема 1.1. Аксиоматическое определение исчисления высказываний	**2**	**2**				
Тема 1.2. Дополнительные правила выводов, примеры выводимых формул	**7**	**3**	**4**			
Тема 1.3 Полнота, непротиворечивость и разрешимость исчисления высказываний	**4**	**2**	**2**			
Тема 1.4 Независимость аксиом. Возможности введения других аксиоматик	**4**	**3**	**1**			
Раздел 2. Исчисление предикатов						
Тема 2.1 Язык исчисления предикатов, основные требования	**2**	**2**				
Тема 2.2 Интерпретации, свойства	**6**	**2**	4			
Тема 2.3 Аксиоматическое определение чистого исчисления предикатов, свойства	**5**	**3**	2			
Модуль 2. Формальная арифметика						
Раздел 1 Формализация арифметики						
Тема 1.1 Язык и аксиоматизация арифметики	**2**	**2**				
Тема 1.2 Введение дополнительных правил вывода	**2**	**2**				
Тема 1.3 Ввыводы основных арифметических формул	**11**	**6**	**5**			
Тема 1.4 Введение новых функций и предикатов	**2**	**2**				
Раздел 2. Непративоречивость и						

неполнота арифметики						
Тема 2.1 Нумерация обьектов формальной арифметики	**1**	**1**				
Тема 2.2 Соотношения между номерами обьектов арифметики	**2**	**2**				
Тема 2.3 Теорема Геделя о неполноте арифметики. Непротиворечивость арифметики	**2**	**2**				

6.1. Тематический план и трудоемкость аудиторных занятий (Модули, разделы дисциплины и виды занятий) по учебному плану

6.2 Содержание разделов и тем дисциплины:

6.2.1 Теория алгоритмов

Модуль 2	Формальная арифметика
Раздел 1	Формализация арифметики

Модуль 1.	
Введение	Ознакомление с целями и задачами математической логики
Раздел 1	Исчисление высказываний
Тема 1.1	Аксиоматическое задание исчисления высказываний, определение вывода, примеры
Тема 1.2	Дополнительные правила вывода: теорема дедукции, правила суппозицизма; примеры выводимых формул
Тема 1.3	Лемма Кальмара, теорема о полноте исчисления высказываний; непротиворечивость и разрешимость исчисления высказываний
Тема 1.4	Независимость аксиом. Возможность введения иных аксиоматик
Раздел 2	Исчисление предикатов
Тема 2.1	Необходимость введения языка предикатов, формализация языка предикатов; свободные переменные замкнутые формулы; условные допусимости замещения термалии
Тема 2.2	Понятие интерпретации, изоморфные интерпретации, модели, логическая общезначимость
Тема 2.3	Аксиоматическое задание теорий первого порядка. Непротиворечивость. Теорема дедукции. Полнота (Теорема Гегеля).

Тема 1.1	Язык и аксиоматизация арифметики
Тема 1.2	Введение дополнительных правил вывода: правило индукции, транзитивности равенства, введение и удаление штриха
Тема 1.3	Выводы основных свойств арифметических операций, представленных в виде формул формальной арифметики
Тема 1.4	Рассмотрение возможностей введения новых функций и отношений
Раздел 2	Непротиворечивость и неполнота арифметики
Тема 2.1	Нумерация объектов формальной арифметики
Тема 2.2	Соотношения между номерами объектов арифметики
Тема 2.3	Теорема Геделя о неполноте арифметики. Непротиворечивость арифметики

Модуль 2	Формальная арифметика
Раздел 1	Формализация арифметики

Модуль 1.	
Введение	Ознакомление с целями и задачами математической логики
Раздел 1	Исчисление высказываний
Тема 1.1	Аксиоматическое задание исчисления высказываний, определение вывода, примеры
Тема 1.2	Дополнительные правила вывода: теорема дедукции, правила суппозицизма; примеры выводимых формул
Тема 1.3	Лемма Кальмара, теорема о полноте исчисления высказываний; непротиворечивость и разрешимость исчисления высказываний
Тема 1.4	Независимость аксиом. Возможность введения иных аксиоматик
Раздел 2	Исчисление предикатов
Тема 2.1	Необходимость введения языка предикатов, формализация языка предикатов; свободные переменные замкнутые формулы; условные допусимости замещения термалии
Тема 2.2	Понятие интерпретации, изоморфные интерпретации, модели, логическая общезначимость
Тема 2.3	Аксиоматическое задание теорий первого порядка. Непротиворечивость. Теорема дедукции. Полнота (Теорема Гегеля).
Тема 1.1	Язык и аксиоматизация арифметики

Тема 1.2	Введение дополнительных правил вывода: правило индукции, транзитивности равенства, введение и удаление штриха
Тема 1.3	Выводы основных свойств арифметических операций, представленных в виде формул формальной арифметики
Тема 1.4	Рассмотрение возможностей введения новых функций и отношений
Раздел 2	Непротиворечивость и неполнота арифметики
Тема 2.1	Нумерация объектов формальной арифметики
Тема 2.2	Соотношения между номерами объектов арифметики
Тема 2.3	Теорема Геделя о неполноте арифметики. Непротиворечивость арифметики

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

7.1 Рекомендуемая литература:

а) Основная литература:

.

1.Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функциии. «Наука», М.1986, -368 с.

2. Трахтенброт Б. А. Сложность алгоритмов и вычислений. Новосибирский государственний университет, Новосибирск, 1967, -260 с.

3. Kleene S. C. Introduction to metamathematics.-Princeton (N.J.), 1952, -550 p. [Русский перевод: Клини С. К. «Введение в метаматематику», ИЛ, М. 1957, -528 с.]

4. Марков А. А. Нагорный Н. М. Теория алгоритмов. Математичесая логика и основания математики. «Наука», М. 1984, -432 с.

5. Mendelson E. Introduction to Mathemtical Logic, 4-th edition, LondonChapman&Hall, 1997. [Русский перевод: Мендельсон Э. Введениев математическую логику. «Наука», М. 1971, -320 с.]

6. Rogers H., Jr. Theory of Recursive Functions and Effective computability. Mc-Graw-Hill Book Company, New York-St-Louis- San Francisco- Toronto-London-Sedney, 1967. [Русский перевод: Х. Роджерс.Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость, «Мир» М. 1972, -624 с.]

7. Hilbert D. Mathematishe Probleme.- Nach r. K. Ges. Wiss . Göttingen,math.-phys. K1. 1900, p. 253-297. [Русский перевод: Проблемы Гильберта. Наука, М. 1969.]

8. Матиясевич Ю. В. Диофантовость перечислимых множеств. ДАN СССР, 1970, 191, 2, с. 279-282.

9. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов, М., Физматгиз, 2001

б) Рекомендуемая литература:

1. Карри Х.Б. Основания математической логики, М., Мир, 1969

Учебная программа одобрена кафедрой Математической кибернетики.

Зав. кафедрой: Арамян Р.Г ______________________

(подпись)