

**ГОУ ВПО Российско-Армянский (Славянский)  
университет**

Утверждено  
Директор Института Математики и Информатики  
Арамян Р.Г.



«21» июня 2025, протокол № 9.1

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины: Псевдодифференциальные операторы**

**Автор: канд. физ.-мат. наук, доцент Арутюнян Камо Вагаршакович**

**Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информатика**

**Наименование образовательной программы: Математическое моделирование**

## 1. АННОТАЦИЯ

### 1.1. Краткое описание содержания данной дисциплины

Основной целью курса является ознакомление с основными понятиями и фактами теории псевдодифференциальных операторов и методам применения этой теории в исследовании уравнений с частными производными и в уравнениях математической физике.

В курсе дается систематическое изложение теории псевдодифференциальных операторов и ее приложений в спектральной теории дифференциальных операторов. Псевдодифференциальные операторы играют важную роль в современных методах исследования уравнений с частными производными и в уравнениях математической физике. Изложение сопровождается упражнениями и задачами и рассчитано на лиц, впервые знакомящихся с предметом.

### 1.2. Трудоемкость в академических кредитах и часах, формы итогового контроля

Трудоемкость курса составляет 4 академических кредита, что эквивалентно 144 часам (1 академический кредит равен 36 часам). Обучение включает в себя 32 часа практических занятий. Итоговый контроль будет проведен в форме экзамена.

### 1.3. Взаимосвязь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности

Функциональный анализ, Математическая физика и т.д.

### 1.4. Результаты освоения программы дисциплины:

| Код компетенции | Наименование компетенции                                                                                          | Код индикатора достижения компетенций | Наименование индикатора достижений компетенций                                                                          |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-2            | Способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач | ПК-2.1                                | Знать теоретические основы и концептуальные модели в научных исследованиях                                              |
|                 |                                                                                                                   | ПК-2.2                                | Уметь анализировать и разрабатывать концептуальные и теоретические модели для проектной и производственной деятельности |
|                 |                                                                                                                   | ПК-2.3                                | Владеть глубоким пониманием                                                                                             |

|       |                                                                                                                              |         |                                                                                                                                                                  |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       |                                                                                                                              |         | теоретических подходов и их практического применения в создании новых исследовательских проектов                                                                 |
| ПК-7  | Способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов                                          | ПК-7.1  | Знать основы разработки бизнес-планов для научно-прикладных проектов                                                                                             |
|       |                                                                                                                              | ПК-7.2  | Уметь создавать и оптимизировать бизнес-планы, оценивать их эффективность                                                                                        |
|       |                                                                                                                              | ПК-7.3  | Владеть методами финансового и стратегического планирования в контексте научных проектов                                                                         |
| ОПК-3 | Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности | ОПК-3.1 | Знать принципы и методы математического моделирования и анализа                                                                                                  |
|       |                                                                                                                              | ОПК-3.2 | Уметь создавать точные и эффективные математические модели для конкретных прикладных задач                                                                       |
|       |                                                                                                                              | ОПК-3.3 | Владеть глубокими знаниями в анализе моделей, умением оценивать их адекватность и точность, а также способностью предсказывать их поведение в различных условиях |

## 2. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

### 2.1. Цели и задачи дисциплины

**Цель:** Предоставить студентам глубокие знания в области псевдодифференциальных операторов, охватывая их теоретические основы, методы анализа и практическое применение в решении математических и физических задач.

**Задачи:**

1. **Освоение теоретических основ:** Изучение основных понятий и свойств псевдодифференциальных операторов, включая их классификацию и методы анализа.
2. **Применение в решении задач:** Понимание и использование псевдодифференциальных операторов для анализа и решения дифференциальных уравнений и других задач, требующих применения функционального анализа и математической физики.
3. **Развитие аналитических навыков:** Подготовка студентов к выполнению независимого анализа и исследований в области псевдодифференциальных операторов и смежных дисциплин.

**2.2. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы**

| Виды учебной работы                                                    | Всего, в<br>акад.<br>часах | Распределение по семестрам |               |          |           |          |           |
|------------------------------------------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------|----------|-----------|----------|-----------|
|                                                                        |                            | —<br>сем                   | —<br>2<br>сем | —<br>сем | —<br>сем. | —<br>сем | —<br>сем. |
| 1                                                                      | 2                          | 3                          | 4             | 5        | 6         | 7        | 8         |
| <b>1.Общая трудоемкость изучения дисциплины по семестрам, в т. ч.:</b> | <b>32</b>                  |                            | <b>32</b>     |          |           |          |           |
| 1.1. Аудиторные занятия, в т. ч.:                                      | <b>32</b>                  |                            | <b>32</b>     |          |           |          |           |
| 1.1.1.Лекции                                                           |                            |                            |               |          |           |          |           |
| 1.1.2.Практические занятия, в т. ч.                                    | <b>32</b>                  |                            | <b>32</b>     |          |           |          |           |
| Итоговый контроль                                                      |                            |                            | Заче<br>т     |          |           |          |           |

**2.3. Содержание дисциплины**

**2.3.1. Тематический план и трудоемкость аудиторных занятий (модули, разделы дисциплины и виды занятий) по рабочему учебному плану**

| Разделы и темы дисциплины                                             | Всего ак.<br>часов | Лекции,<br>ак. часов | Практ.<br>занятия,<br>ак. часов | Семина-<br>ры, ак.<br>часов | Лабор, ак.<br>часов |
|-----------------------------------------------------------------------|--------------------|----------------------|---------------------------------|-----------------------------|---------------------|
| 1                                                                     | 3=4+5+6+<br>7+8    | 4                    | 5                               | 6                           | 7                   |
| <b>Раздел 1. Введение в теорию псевдодифференциальных операторов</b>  | <b>32</b>          |                      | <b>32</b>                       |                             |                     |
| Тема 1.1. Эвклидовы пространства                                      | 2                  |                      | 2                               |                             |                     |
| Тема 1.2. Линейные, метрические, банаховы и гильбертовы пространства. | 2                  |                      | 2                               |                             |                     |

|                                                                                   |           |  |           |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------|--|-----------|--|--|
| Тема 1.3. Функции и пространства функций                                          | 4         |  | 4         |  |  |
| Тема 1.4 Пространство быстро убывающих основных функций $S(R^n)$                  | 2         |  | 2         |  |  |
| Тема 1.5. Свёртка                                                                 | 3         |  | 3         |  |  |
| Тема 1.6. Преобразование Фурье                                                    | 3         |  | 3         |  |  |
| Тема 1.7. Символы, псевдодифференциальные операторы и асимптотические разложения. | 4         |  | 4         |  |  |
| Тема 1.8 $L_p$ -ограниченность псевдодифференциальных операторов,                 | 5         |  | 5         |  |  |
| Тема 1.9 Замкнутые линейные операторы.                                            | 3         |  | 3         |  |  |
| Тема 1.10 Пространства Соболева                                                   | 4         |  | 4         |  |  |
| <b>ИТОГО</b>                                                                      | <b>32</b> |  | <b>32</b> |  |  |

### 2.3.2. Краткое содержание разделов дисциплины в виде тематического плана

#### Тема 1.1. Эвклидовы пространства

Изучение основных свойств и структур Эвклидовых пространств, включая понятия длины, угла и ортогональности.

#### Тема 1.2. Линейные, метрические, банаховы и гильбертовы пространства

Анализ свойств и различий линейных, метрических, банаховых и гильбертовых пространств с акцентом на их применение в различных математических задачах.

#### Тема 1.3. Функции и пространства функций

Обзор функциональных пространств, включая пространства непрерывных, интегрируемых и квадратично интегрируемых функций.

#### Тема 1.4. Пространство быстро убывающих основных функций (S)

Исследование пространства быстро убывающих функций, его свойства и значимость в контексте анализа Фурье.

#### Тема 1.5. Свёртка

Изучение операции свёртки, её свойств и приложений в анализе и решении дифференциальных уравнений.

#### Тема 1.6. Преобразование Фурье

Подробное рассмотрение преобразования Фурье, его свойств и приложений в математическом анализе и обработке сигналов.

#### Тема 1.7. Символы, псевдодифференциальные операторы и асимптотические разложения

Анализ символов и псевдодифференциальных операторов, включая их асимптотические разложения и приложения в теории уравнений в частных производных.

### **Тема 1.8. Ограниченность псевдодифференциальных операторов**

Исследование условий ограниченности псевдодифференциальных операторов и их влияние на стабильность решений.

### **Тема 1.9. Замкнутые линейные операторы**

Изучение свойств замкнутых линейных операторов и их роль в анализе функциональных пространств.

### **Тема 1.10. Пространства Соболева**

Обзор пространств Соболева, включая их определение, свойства и применение в математической физике и теории уравнений в частных производных.

### **2.3.3. Краткое содержание практических занятий**

Ручные расчёты

### **2.3.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Доска

Проектор

## **2.4. Модульная структура дисциплины с распределением весов по формам контролей**

| Формы контролей | Вес формы (форм) текущего контроля в результирующей оценке текущего контроля (по модулям) | Вес формы промежуточного контроля в итоговой оценке промежуточного контроля | Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей | Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей (семестровой оценке) | Веса результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

| <b>Вид учебной работы/контроля</b>                                                               | <b>М1</b>    | <b>М2</b>    | <b>М1</b>    | <b>М2</b>    | <b>М1</b>    | <b>М2</b>    |              |              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Контрольная работа <i>(при наличии)</i>                                                          |              |              |              | 0,7          |              |              |              |              |
| Устный опрос <i>(при наличии)</i>                                                                |              |              |              |              |              |              |              |              |
| Тест <i>(при наличии)</i>                                                                        |              |              |              |              |              |              |              |              |
| Лабораторные работы <i>(при наличии)</i>                                                         |              |              |              |              |              |              |              |              |
| Письменные домашние задания <i>(при наличии)</i>                                                 |              |              |              | 0,3          |              |              |              |              |
| Реферат <i>(при наличии)</i>                                                                     |              |              |              |              |              |              |              |              |
| Эссе <i>(при наличии)</i>                                                                        |              |              |              |              |              |              |              |              |
| Проект <i>(при наличии)</i>                                                                      |              |              |              |              |              |              |              |              |
| <i>Другие формы (при наличии)</i>                                                                |              |              |              |              |              |              |              |              |
| Веса результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей          |              |              |              |              |              | 0,3          |              |              |
| Веса оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей                   |              |              |              |              |              | 0,7          |              |              |
| Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей |              |              |              |              |              |              |              |              |
| Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей |              |              |              |              |              |              | 1            |              |
| Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля     |              |              |              |              |              |              |              | 1            |
| <b>Вес итогового контроля (Экзамен/зачет) в результирующей оценке итогового контроля</b>         |              |              |              |              |              |              |              |              |
|                                                                                                  | $\Sigma = 1$ | $\Sigma = 1$ | $\Sigma = 1$ | $\Sigma = 1$ | $\Sigma = 1$ | $\Sigma = 1$ | $\Sigma = 1$ | $\Sigma = 1$ |

### 3. Теоретический блок *(указываются материалы, необходимые для освоения учебной программы дисциплины)*

#### 3.1. Материалы по теоретической части курса

##### 3.1.1. Учебники

1. В. С. Владимиров. Обобщенные функции в математической физике. Москва, “Наука”, 1976 г.
2. М. Тейлор. Псевдо-дифференциальные операторы. Москва, “Мир”, 1985 г.
3. Ф. Трев. Введение в теорию псевдо-дифференциальных операторов и интегральных операторов Фурье. Том 1, 2. Москва, “Мир”, 1984 г.
4. Хермандер Л. Сборник. Псевдодифференциальные операторы. Стр. 297-367, Москва, “Мир”, 1967 г.

#### **4. Фонды оценочных средств**

##### **4.1. Планы практических и семинарских занятий**

Оценка студентов на практических занятиях осуществляется через выполнение заданий, которые включают ручные расчёты

#### **5. Методический блок**

##### **5.1. Методика преподавания**

5.1.1. Методические рекомендации для студентов по подготовке к семинарским, практическим или лабораторным занятиям, по организации самостоятельной работы студентов при изучении конкретной дисциплины.

- Практика на примерах
- Активное участие на занятиях