

**ГОУ ВПО Российско-Армянский (Славянский)
университет**

Утверждено
Директор Института математики и информатики
Арамян Р.Г.



«21» марта 2025, протокол № 9.1

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины: Матричный анализ

Автор: доктор физ.-мат. наук, профессор Акопян Юрий Рубенович

Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: Машинное обучение и наука о данных

1. АННОТАЦИЯ

1.1. Краткое описание содержания данной дисциплины

Матричный анализ является одним из основных разделов современной математики, который находит широкое применение практически в любой области математики и ее приложениях. Цель предмета «Матричный анализ» - изучение основ теории и некоторых ее приложений.

1.2. Трудоемкость в академических кредитах и часах, формы итогового контроля

Трудоемкость курса составляет 3 академических кредита, что эквивалентно 108 часам (1 академический кредит равен 36 часам). Итоговый контроль будет проведен в форме экзамена.

1.3. Взаимосвязь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности

Дисциплина взаимосвязана с такими дисциплинами, как дифференциальные уравнения, численные методы, алгебра и т. д.

1.4. Результаты освоения программы дисциплины:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенций	Наименование индикатора достижений компетенций
УК-2	Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1	Знать методы управления проектами, включая планирование, исполнение, контроль и завершение проектов
		УК-2.2	Уметь координировать различные этапы проекта, обеспечивая соблюдение сроков и качества выполнения
		УК-2.3	Владеть умениями по эффективному руководству проектными командами и решению конфликтных ситуаций на всех этапах реализации проекта

ПК-12	Способностью к взаимодействию в рамках международных проектов и сетевых сообществ в области прикладной математики и информационных технологий	ПК-12.1	Знать принципы международного сотрудничества в научных и проектных деятельности
		ПК-12.2	Уметь взаимодействовать в международных проектах и сетевых сообществах
		ПК-12.3	Владеть умениями эффективного межкультурного общения и сотрудничества
ПК-1	Способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	ПК-1.1	Знать методы и подходы научных исследований в прикладной математике и информатике
		ПК-1.2	Уметь проводить научные исследования самостоятельно и в составе коллектива
		ПК-1.3	Владеть умением организовывать и руководить научными проектами, обеспечивая получение новых результатов

2. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

2.1. Цели и задачи дисциплины

Цель: Изучение основ теории матричного анализа и его приложений.

Задача: Освоение теоретических основ матричного анализа.

2.2. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы

Виды учебной работы	Всего, в акад. часах	Распределение по семестрам					
		1 сем	2 сем	3 сем	4 сем.	5 сем	6 сем.
1	2	3	4	5	6	7	8

1. Общая трудоемкость изучения дисциплины по семестрам, в т. ч.:	32		32				
1.1. Аудиторные занятия, в т. ч.:	32		32				
1.1.1. Лекции							
1.1.2. Практические занятия, в т. ч.	32		32				
Итоговый контроль			Экзамен				

2.3. Содержание дисциплины

2.3.1. Тематический план и трудоемкость аудиторных занятий (модули, разделы дисциплины и виды занятий) по рабочему учебному плану

Разделы и темы дисциплины	Всего часов	Лекции, часов	Практ. занятия, часов	Семинары, часов	Лаб., часов
1	2	3	4	5	6
I курс, II семестр	32		32		
Введение. Векторные пространства. Скалярное произведение. Пространства матриц. Основные операции над матрицами ($A \pm B$, AB , λA , Ax , A^T , A^*). Обратная матрица. Ранг матрицы. След матрицы. Блочные матрицы и операции над ними.	1		1		
Раздел 1. Ядро ($\ker A$) и образ ($\text{im} A$) матрицы. Размерности ядра и образа матрицы. Ортогональность $\ker A$ и $\text{im} A^*$.	1		1		
Раздел 2. Собственные значения и собственные векторы матриц.	4		4		
<i>Тема 2.1.</i> О кратности собственных значений. Алгебраическая кратность и геометрическая кратность, соотношение	2		2		

между ними.					
<i>Тема 2.2.</i> Многочлены от матриц. Теорема Кэли-Гамильтона и ее приложения.	2		2		
Раздел 3. Некоторые классы матриц.	8		8		
<i>Тема 3.1.</i> Симметричные и эрмитовы матрицы. Экстремальные свойства собственных значений эрмитовых матриц. Отношение Рэля.	2		2		
<i>Тема 3.2.</i> Положительно определенные и положительно полуопределенные матрицы.	2		2		
<i>Тема 3.3.</i> Унитарные и ортогональные матрицы. Матрицы перестановки. Матрицы вращения. Матрицы отражения.	2		2		
<i>Тема 3.4.</i> Матрицы простой структуры и их свойства.	1		1		
<i>Тема 3.5.</i> Подобные матрицы.	1		1		
Раздел 4. Основы метода конечных элементов.	10		10		
<i>Тема 4.1.</i> Разбиение двумерных областей на малые подструктуры. Конечные элементы.	2		2		

Типы конечных элементов.					
<i>Тема 4.2.</i> Линейные конечные элементы. Триангуляция области. Сетки и сеточные функции. Кусочно-линейные восполнения сеточных функций.	2		2		
<i>Тема 4.3.</i> Неравенства для кусочно-линейных восполнений (оценки норм кусочно-линейных восполнений).	2		2		
<i>Тема 4.4.</i> Теоремы аппроксимации для кусочно-линейных восполнений функций из пространства W_2^2 .	4		4		
Раздел 5. Метод конечных элементов решения эллиптических уравнений.	8		8		
<i>Тема 5.1.</i> Задача Дирихле для двумерных линейных эллиптических уравнений. Построение приближенного решения линейным методом конечных элементов. Матрица жесткости конечноэлементной системы уравнений. Ансамблирование	4		4		
<i>Тема 5.2.</i> Оценки сходимости метода в пространствах W_2^1 и L_2 .	2		2		
<i>Тема 5.3.</i> Об обусловленности матрицы жесткости. Методы решения систем	2		2		

сеточных уравнений. Понятие о переобуславливании.					
ИТОГО	32		32		

2.3.2. Краткое содержание разделов дисциплины в виде тематического плана

Тема 1. Основы матричного анализа

Введение. Векторные пространства. Скалярное произведение. Пространства матриц. Основные операции над матрицами: транспонирование, умножение, нахождение обратной матрицы. Ранг матрицы. След матрицы. Блочные матрицы и операции над ними. Ядро (Ker) и образ (Im) матрицы. Размерности ядра и образа. Ортогональность.

Раздел 2. Спектральный анализ матриц

Изучение собственных значений и собственных векторов матриц.

Тема 2.1. Кратность собственных значений: алгебраическая и геометрическая кратность, взаимосвязь между ними.

Тема 2.2. Многочлены от матриц. Теорема Кэли-Гамильтона и ее применения.

Раздел 3. Специальные классы матриц

Тема 3.1. Симметричные и эрмитовы матрицы, их свойства. Отношение Рэлея.

Тема 3.2. Положительно определенные и положительно полуопределенные матрицы.

Тема 3.3. Унитарные и ортогональные матрицы. Матрицы перестановки, вращения и отражения.

Тема 3.4. Матрицы простой структуры и их характеристики.

Тема 3.5. Подобные матрицы.

Раздел 4. Основы метода конечных элементов

Тема 4.1. Разбиение двумерных областей, конечные элементы, типы конечных элементов.

Тема 4.2. Линейные конечные элементы, триангуляция области, сетки и функции сетки, кусочно-линейные восполнения.

Тема 4.3. Неравенства и оценки норм для кусочно-линейных восполнений.

Тема 4.4. Теоремы аппроксимации для функций из пространства.

Раздел 5. Метод конечных элементов для решения эллиптических уравнений

Тема 5.1. Задача Дирихле для эллиптических уравнений. Построение приближенного решения, матрица жесткости.

Тема 5.2. Оценки сходимости метода.

Тема 5.3. Обусловленность матрицы.

2.3.3. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Доска:

Традиционная черная или маркерная доска для визуального представления учебного материала, формул и схем во время занятий.

Проектор:

Современный проектор, подключаемый к компьютеру для демонстрации презентаций, видеоматериалов .

2.4. Модульная структура дисциплины с распределением весов по формам контролей

Формы контролей	Вес формы (форм) текущего контроля в результирующей оценке текущего контроля (по модулям)		Вес формы промежуточного контроля в итоговой оценке промежуточного контроля		Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей		Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей (семестровой оценке)		Веса результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля
	М1	М2	М1	М2	М1	М2			
Вид учебной работы/контроля	М1	М2	М1	М2	М1	М2			
Контрольная работа <i>(при наличии)</i>				0,7					
Устный опрос <i>(при наличии)</i>									
Тест <i>(при наличии)</i>									
Лабораторные работы <i>(при наличии)</i>									
Письменные домашние задания <i>(при наличии)</i>				0,3					
Реферат <i>(при наличии)</i>									
Эссе <i>(при наличии)</i>									
Проект <i>(при наличии)</i>									
<i>Другие формы (при наличии)</i>									
Веса результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей						0,3			
Веса оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей						0,7			

Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей								
Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей							1	
Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля								0,4
Вес итогового контроля (Экзамен/зачет) в результирующей оценке итогового контроля								0,6
	$\Sigma = 1$							

3. Теоретический блок (указываются материалы, необходимые для освоения учебной программы дисциплины)

3.1. Материалы по теоретической части курса

3.1.1. Учебники

1. **Ф.Р. Гантмахер.** Теория матриц.-М.: Наука, 1967.
2. **Р. Хорн, Ч. Джонсон.** Матричный анализ.- М.,: Мир, 1989.
3. **П. Ланкастер.** Теория матриц.- М.: Наука, 1978.
4. **Д. Уоткинс.** Основы матричных вычислений.- М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.
5. **Р. Беллман.** Введение в теорию матриц.- М.: Наука, 1969.
6. **Д.В. Беклемишев.** Дополнительные главы линейной алгебры.- М.: Наука, 1983.

а) Базовые учебники

1. **Ф.Р. Гантмахер.** Теория матриц.-М.: Наука, 1967.
2. **Р. Хорн, Ч. Джонсон.** Матричный анализ.- М.,: Мир, 1989.

б) Основная литература

1. **П. Ланкастер.** Теория матриц.- М.: Наука, 1978.
2. **Д. Уоткинс.** Основы матричных вычислений.- М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 1981.

в) Дополнительная литература

1. **Р. Беллман.** Введение в теорию матриц.- М.: Наука, 1969.
2. **Д.В. Беклемишев.** Дополнительные главы линейной алгебры.- М.: Наука, 1983.

4. Фонды оценочных средств.

Письменный экзамен и контрольные работы

Проектные работы

Домашние задания

Устные опросы

5. Методический блок

5.1. Методика преподавания

5.1.1. Методические рекомендации для студентов по подготовке к семинарским, практическим или лабораторным занятиям, по организации самостоятельной работы студентов при изучении конкретной дисциплины.

Изучение теоретического материала: Регулярно изучать учебные материалы, заранее подготавливаться к семинарам.

Активное участие в занятиях: Задавать вопросы, выражать своё мнение и предлагать решения во время занятий.