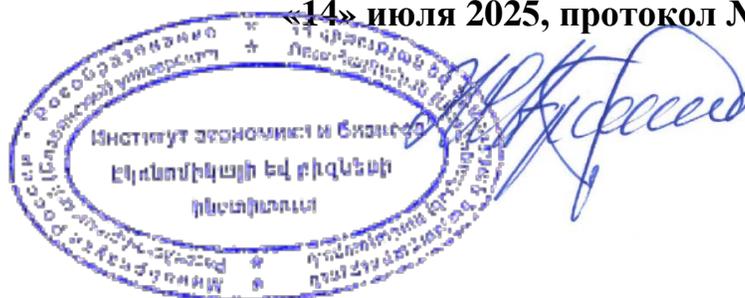


ГОУ ВПО Российско-Армянский (Славянский) университет

Утверждено  
Директор Института Арамян Ж.Б.  
«14» июля 2025, протокол №6



## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины: Прикладная эконометрика

Автор (ы) к.ф.н., доцент Блейхер Оксана Владимировна  
*Ф.И.О, ученое звание (при наличии), ученая степень (при наличии)*

Направление подготовки: 38.03.01 Экономика

Наименование образовательной программы: Экономика

## 1. АННОТАЦИЯ

- 1.1.** Краткое описание содержания данной дисциплины; Дисциплина знакомит студентов с основными методами прикладной эконометрики, включая построение и анализ регрессионных моделей, работу с экономическими данными и интерпретацию результатов. Рассматриваются проблемы гетероскедастичности, автокорреляции и спецификации моделей. Особое внимание уделяется применению эконометрических методов к реальным экономическим задачам. За основу для создания рабочей программы были приняты материалы профессор Высшей школы экономики Пересецкого А.А.
- 1.2.** Трудоемкость в академических кредитах и часах, формы итогового контроля (экзамен/зачет);  
Общая трудоемкость дисциплины составляет 144 академических часа (4 зачетные единицы), включая 64 часа аудиторных занятий (32 часа лекций и 32 — практических занятий), 53 часа самостоятельной работы и 27 часов, отведённых на другие методы и формы занятий.  
Дисциплина реализуется в 4 семестре.  
Форма итогового контроля — экзамен.
- 1.3.** Взаимосвязь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности (направления). Курс связан с дисциплинами «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Линейная алгебра», «Макроэкономика» и «Микроэкономика», опирается на их методы и дополняет их практическими инструментами количественного анализа данных.
- 1.4.** Результаты освоения программы дисциплины:

<b>Код компетенции</b> (в соответствии рабочим с учебным планом)	<b>Наименование компетенции</b> (в соответствии рабочим с учебным планом)	<b>Код индикатора достижения компетенций</b> (в соответствии рабочим с учебным планом)	<b>Наименование индикатора достижений компетенций</b> (в соответствии рабочим с учебным планом)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решений поставленных задач	УК-1.1	Знать основные методы и инструменты поиска информации в различных источниках.
		УК-1.2	Уметь эффективно искать информацию в различных источниках, включая научные базы данных, интернет-ресурсы, библиотеки и архивы.
		УК-1.3	Владеть навыками работы с различными информационными ресурсами и базами данных.
ОПК-2	Способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для	ОПК-2.1	Знать основы теории статистики и вероятности.
		ОПК-2.2	Уметь планировать и организовывать процессы сбора данных.
		ОПК-2.3	Владеть навыками работы с программным обеспечением для статистического анализа (например, Excel, SPSS, R, Python).
ПК-1	Способен на основе	ПК-1.1	Знать основные концепции и методы

	описания экономических процессов и явлений строить стандартные или адаптированные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты		экономической теории.
		ПК-1.2	Уметь формулировать экономические гипотезы и задачи для моделирования.
		ПК-1.3	Владеть навыками работы с программным обеспечением для эконометрического анализа (Stata, EViews, R, Python).

## 2. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

Цели и задачи дисциплины. Цель курса – формирование у студентов навыков прикладного использования эконометрических методов для анализа реальных данных и экономических процессов.

Задачи:

- освоение базовых методов построения и интерпретации регрессионных моделей;
- изучение подходов к выявлению и устранению проблем гетероскедастичности и автокорреляции;
- формирование компетенций использования пакетов STATA и EViews для анализа данных.

**2.1.** Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы (в академических часах и зачетных единицах) *(удалить строки, которые не будут применены в рамках дисциплины)*

Виды учебной работы	Всего, в акад. часах	4
		сем
1	2	3
<b>Общая трудоемкость изучения дисциплины по семестрам, в т. ч.:</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
Аудиторные занятия, в т. ч.:	<b>64</b>	<b>64</b>
Лекции	<b>32</b>	<b>32</b>
Практические занятия, в т. ч.	<b>32</b>	<b>32</b>
Самостоятельная работа, в т. ч.:	<b>53</b>	<b>53</b>
Консультации		
Другие методы и формы занятий	<b>27</b>	<b>27</b>
Итоговый контроль (Экзамен, Зачет, диф. зачет - указать)	<b>Экзамен</b>	

**2.2.** Содержание дисциплины

**2.2.1.** Тематический план и трудоемкость аудиторных занятий (модули, разделы дисциплины и виды занятий) по рабочему учебному плану

## 2.2.2.

Разделы и темы дисциплины	Всего (ак. часов)	Лекции (ак. часов)	Практ. Занятия (ак. часов)
<b>1</b>	<b>64</b>	<b>32</b>	<b>32</b>
Тема 1. Основы регрессионного анализа. Понятие регрессии. Геометрическая интерпретация в линейной	4	2	2
Тема 2. Классическая линейная регрессия. Понятие классической линейной регрессии (CLR). МНК в предположении о нормальности	8	4	4
Тема 3. Разнородность наблюдаемых объектов. Гетероскедастичность. Автокорреляция остатков.	8	4	4
Тема 4. Диагностика в линейной модели. Ошибки спецификации в линейной регрессии. Критерии выбора	8	4	4
Тема 5. Нелинейные модели регрессии	8	4	4
Тема 6. Понятие о моделях с дискретной зависимой	8	4	4
Тема 7. Модели с панельными данными	8	4	4
Тема 8. Практика прикладного анализа данных	6	2	2
Тема 9. Итоговое обобщение и подготовка к экзамену	8	4	4
<b>ИТОГО</b>	<b>64</b>	<b>32</b>	<b>32</b>

## 2.2.3. Краткое содержание разделов дисциплины в виде тематического плана

### Тема 1. Основы регрессионного анализа. Понятие регрессии. Геометрическая интерпретация в линейной регрессии.

Понятие регрессии. Гипотеза о существовании связи между экономическими индикаторами. Объясняемые и объясняющие переменные. Отклонения от объясняемых переменных и понятие ошибки. Истинная модель (DGP). Эконометрическая модель. Регрессия как условное математическое ожидание. Наилучший линейный прогноз. Метод моментов (ММ) как метод оценки регрессии в предположении об экзогенности объясняющих переменных. Геометрическая интерпретация в линейной регрессии. Альтернативные критерии качества подгонки оцениваемой регрессии к имеющимся данным. Преимущества и недостатки критерия в форме среднеквадратичной предсказанной ошибки (MSPE). Метод наименьших квадратов (МНК) и его геометрическая интерпретация. МНК в матричных обозначениях. Принцип аналогий в ММ и система линейных уравнений для нахождения МНК оценок параметров регрессии. Свойства МНК оценок параметров регрессии. Геометрическая интерпретация МНК в регрессии с константой. Ортогональные проекторы и их свойства. Симметричные идемпотентные матрицы. Теорема Фриша-Вау-Ловелля (FWL) и частные случаи ее применения (удаление сезонности и избавления от тренда). Декомпозиция суммы квадратов отклонений от объясняемой переменной ( $TSS=ESS+RSS$ ). Коэффициент детерминации и его свойства в регрессии с константой. Коэффициент детерминации в регрессии без константы. Центрированные и нецентрированные коэффициенты детерминации. Скорректированный коэффициент детерминации, его свойства и применение для анализа моделей и выбора предпочтительной модели. Выборочные аналоги

ковариационной и корреляционной матриц параметров регрессии. Инвариантность полученных оценок относительно сдвига и шкалирования объясняемой и объясняющих переменных.

## **Тема 2. Классическая линейная регрессия. Понятие классической линейной регрессии (CLR). МНК в предположении о нормальности**

Стохастическая интерпретация отклонений в линейной регрессии. Стохастические свойства ошибок. МНК в CLR. Статистические свойства МНК оценок параметров регрессии и остатков регрессии. Теорема Гаусса-Маркова и ее интерпретация для случая детерминированных регрессоров. Линейная регрессия с линейными ограничениями на параметры. Условный МНК (УМНК) как пример использования известной информации (ограничений). Функция Лагранжа для задачи условной минимизации в МНК. УМНК оценки параметров и их связь с МНК оценками. Несмещенность УМНК оценок. Ковариационная матрица УМНК оценок. Взаимосвязь между RSS для МНК и RSS для УМНК. МНК в предположении о нормальности Распределения квадратичных форм при условии нормально распределенных векторов. Статистические свойства МНК оценок и оценки дисперсии ошибки в условиях нормальности ошибок. Доверительные интервалы для оценок параметров регрессии и оценки дисперсии ошибки. Понятие доверительной области для вектора оценок и их линейных комбинаций. Проверка линейной гипотез на коэффициенты регрессии. Доверительные интервалы для значения объясняемой переменной и ее математического ожидания. Прогнозирование (точечное и интервальное).

## **Тема 3. Разнородность наблюдаемых объектов. Гетероскедастичность. Автокорреляция остатков.**

Свойства наблюдаемых объектов и свойства переменных, при изучении которых необходимо учитывать разнородность наблюдений. Априорная кластеризация наблюдений на предположительно однородные группы. Фиктивные переменные (дамми), их структура и использование. Интерпретация гипотез относительно дамми переменных. Дамми переменные и их использование в тесте на стабильность коэффициентов регрессии (структурные сдвиги). Тест Чоу и использование дамми переменных для сравнений двух регрессий.

Экономическое объяснение существования гетероскедастичности и последствия ее существования для МНК оценок параметров. Обобщенный метод наименьших квадратов ОМНК (GLS). Сведение ОМНК к МНК, используя преобразованные данные. Свойства ОМНК оценок. Гетероскедастичность. Взвешенный метод наименьших квадратов (WLS) и его сведение к МНК. Тестирование гетероскедастичности. Тест Парка. Тест ранговой корреляции Спирмена на гетероскедастичность. Стандартные ошибки, скорректированные с учетом гетероскедастичности (heteroscedasticity consistent standard errors), в форме Уайта. Достижимый ОМНК (FGLS). Часто используемые методы параметризации ковариационной матрицы оценок параметров, основанные на априорных предположениях и результатах тестов на гетероскедастичность. Автокорреляция остатков в линейной регрессии Экономическая природа автокорреляции остатков. Схема автокорреляции остатков первого порядка AR(1). Последствия автокорреляции. Ковариационная матрица ошибок в случае автокорреляции и ее обратная матрица. Выявление автокорреляции. Статистика Дарбина-Уотсона, ее свойства и условия применимости. Оценки нижней и верхней границ для квантилей статистики Дарбина-Уотсона в случае некоррелированных нормальных ошибок в авторегрессионной схеме. Оценка параметра автокорреляции  $\rho$  на основе статистики Дарбина-Уотсона. Оценивание коэффициентов линейной регрессии в случае автокорреляции. Двухшаговый метод Дарбина. Итерационная процедура Кохрейна-Оркутта и ее свойства. ОМНК для случая автокорреляции с известным значением параметра автокорреляции. Схема AR(p) для автокорреляции ошибок. Схема ARMA для автокорреляции.

#### **Тема 4. Диагностика в линейной модели. Ошибки спецификации в линейной регрессии. Критерии выбора модели.**

Влияние добавления или исключения наблюдения на МНК оценки параметров регрессии. Определение не оказывающих влияние наблюдений. Тест на нормальность остатков. Группировка наблюдений в соответствии с результатами диагностики. Рекурсивные остатки, их свойства и использование для анализа устойчивости коэффициентов во времени. Тестирование гетероскедастичности и автокорреляции. Тесты CUSUM и CUSUMSQ (cusum-of-squares). Влияние добавления или исключения объясняющей переменной на МНК оценки параметров регрессии. Случай пропущенных существенных переменных. Смещенность оценок параметров регрессии и их ковариационной матрицы. Случай избыточных переменных. Несмещенность оценок параметров регрессии и их ковариационной матрицы. Последствия неправильной спецификации регрессии в условиях гетероскедастичности. Альтернативные функциональные формы для спецификации регрессии. Линейные и логлинейные регрессии. Критерии выбора модели. Различные критерии качества модели. Предварительные требования к понятию «хорошей» модели. Разбиение исходной выборки на подвыборки: «обучение» и «тестирование». Выбор наилучшей линейной модели при заданном подмножестве объясняющих переменных. Коэффициент детерминации как критерий выбора наилучшей модели для случая классической нормальной регрессии. Проверка гипотезы о включении группы незначимых переменных, основанной на F-распределении. Взаимосвязь t и F статистики в случае множественной регрессии.

#### **Тема 5. Нелинейные модели регрессии**

Экономические требования к анализу и оцениванию моделей, не линейных по входящим в них переменным и параметрам. Нелинейные модели регрессии, приводящиеся к линейным по параметрам и ошибкам. Не линейные по объясняющей переменной регрессионные модели и их оценивание в зависимости от предположений относительно случайной ошибки (проблема leverage, случайные ошибки с нулевым математическим ожиданием и гомоскедастичной ковариационной матрицей, независимые нормальные ошибки). Обзор нелинейного метода наименьших квадратов. Метод максимального правдоподобия. Нелинейный метод наименьших квадратов.

#### **Тема 6. Понятие о моделях с дискретной зависимой переменной**

Дискретные зависимые переменные: номинальные, ранжированные, количественные. Модели бинарного выбора. Logit, probit, линейная вероятностная модель. Связь с дискриминантным анализом. Интерпретация коэффициентов в моделях бинарного выбора. Предельные эффекты. Критерии качества моделей. Модели множественного выбора. Упорядоченный и неупорядоченный выбор. Модели с урезанными и цензурированными выборками. Пуассоновская регрессия.

#### **Тема 7. Модели с панельными данными**

Модели с фиксированным эффектом, модели Тестирование спецификации в моделях панельных данных. Тест Хаусмана. Тест на наличие случайного индивидуального эффекта. Тест на наличие детерминированного индивидуального эффекта.

#### **Тема 8. Практика прикладного анализа данных**

Включает практическое применение методов эконометрики с использованием пакетов анализ данных в Excel, подготовку аналитических отчетов и интерпретацию полученных результатов.

#### **Тема 9. Итоговое обобщение и подготовка к экзамену**

Обзор пройденных тем, решение комплексных практических и тестовых заданий, разбор типичных ошибок и формирование навыков ответов на экзаменационные вопросы.

**2.2.4. Краткое содержание семинарских/практических занятий/лабораторного практикума**

Планы занятий по темам, включая цели, задачи, порядок работы, перечень задач для разбора, инструкции по работе в Excel.

**2.2.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

- Задачники по эконометрике,
- Сборники кейсов для анализа,
- Таблицы данных для решения практических задач,
- Компьютеры с ПО для анализа данных.

**2.3. Модульная структура дисциплины с распределением весов по формам контролей**

Формы контролей	Вес формы (форм) текущего контроля в результирующей оценке текущего контроля (по модулям)		Вес формы промежуточного контроля в итоговой оценке промежуточного контроля		Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей		Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей (семестровой оценке)	Веса результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля
	M1 <sup>1</sup>	M2	M1	M2	M1	M2		
<b>Вид учебной работы/контроля</b>	M1 <sup>1</sup>	M2	M1	M2	M1	M2		
Контрольная работа <i>(при наличии)</i>								
Устный опрос <i>(при наличии)</i>								
Тест <i>(при наличии)</i>								
Лабораторные работы <i>(при наличии)</i>								
Письменные домашние задания <i>(при наличии)</i>								
Реферат <i>(при наличии)</i>								

<sup>1</sup> Учебный Модуль

Эссе (при наличии)								
Проект (при наличии)								
Другие формы (при наличии)								
Веса результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей								
Веса оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей								
Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей								
Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей								
Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля								
<b>Вес итогового контроля (Экзамен/зачет) в результирующей оценке итогового контроля</b>								
	$\Sigma = 1$							

### 3. Теоретический блок (указываются материалы, необходимые для освоения учебной программы дисциплины)

#### 3.1. Материалы по теоретической части курса

1. Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. Эконометрика: начальный курс. 8-е изд. М.: Дело, 2007. 568 с.
2. Verbeek M. A Guide to Modern Econometrics. 4th ed. Chichester: Wiley, 2012. 492 p.
3. Wooldridge J. M. Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data. 2nd ed. Cambridge: MIT Press, 2010. 1096 p.
4. Johnston J., DiNardo J. Econometric Methods. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 1997. 568 p.
5. Cameron A. C., Trivedi P. K. Microeconometrics: Methods and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 1034 p.
6. Гусев В. Б., Луканин В. Н., Соловьева И. А. Эконометрика. Учебник для бакалавриата и магистратуры. 4-е изд. М.: Юрайт, 2020. 416 с.
7. Балабанов И. Т., Балабанов А. И. Эконометрика: учебник. 3-е изд. СПб.: Питер, 2019. 448 с.

**1. Фонды оценочных средств (указываются материалы, необходимые для проверки уровня знаний в соответствии с содержанием учебной программы дисциплины).**

**1.1. Планы практических и семинарских занятий**

**1.1.1 План практического занятия по теме: «Основы регрессионного анализа. Понятие регрессии. Геометрическая интерпретация в линейной регрессии»**

**Цели занятия:**

Сформировать у студентов понимание понятия регрессии и эконометрической модели.

Научить интерпретировать регрессию как условное математическое ожидание.

Ознакомить с методом наименьших квадратов (МНК) и его геометрической интерпретацией.

Научить пользоваться критериями качества подгонки регрессии ( $R^2$ , скорректированный  $R^2$ ).

**Разбор ключевых понятий и задач.**

Понятие регрессии и эконометрической модели.

Разбор понятий объясняемых и объясняющих переменных, ошибки.

Метод моментов и метод наименьших квадратов, их связь.

Геометрическая интерпретация МНК: проекторы, ортогональность остатков.

Понятие истинной модели (DGP).

Декомпозиция суммы квадратов ( $TSS = ESS + RSS$ ).

**Решение типовых задач**

Задача 1: Построить простую линейную регрессию по предложенному набору данных (например, зависимость потребления от дохода).

Задача 2: Рассчитать коэффициент детерминации и интерпретировать его.

Задача 3: Произвести расчет МНК в матричной форме на примере небольшой выборки (3-4 наблюдения).

Задача 4: Рассмотреть влияние добавления константы на значение  $R^2$ .

Задача 5: Интерпретировать графическую схему геометрической интерпретации МНК.

**1.1.2. План практического занятия по теме: «Классическая линейная регрессия (CLR). МНК в предположении о нормальности»**

**Цели занятия:**

Закрепить понятие классической линейной регрессии и условия её корректного применения.

Изучить статистические свойства МНК-оценок и остатков.

Освоить интерпретацию теоремы Гаусса-Маркова.

Разобрать метод условного МНК (УМНК) и метод Лагранжа для наложения ограничений.

Научиться строить доверительные интервалы и прогнозы в CLR.

Отработать практические навыки построения и интерпретации CLR в STATA/EViews.

**Разбор ключевых понятий.**

Понятие классической линейной регрессии (CLR).

Стохастическая интерпретация отклонений, свойства ошибок.

Суть и условия теоремы Гаусса-Маркова, интерпретация для детерминированных регрессоров.

Метод условного МНК (УМНК), использование функции Лагранжа для наложения ограничений.

Распределение квадратичных форм при нормальности ошибок.

Доверительные интервалы и области для оценок параметров и прогнозов.

Прогнозирование значений объясняемой переменной (точечное и интервальное).

**Решение типовых задач**

Задача 1: Построить CLR на учебном датасете с 2-3 объясняющими переменными.

Задача 2: Проверить выполнение условий CLR и вычислить МНК-оценки.

Задача 3: Рассчитать остатки, ESS, RSS, TSS и коэффициент детерминации.

Задача 4: Рассчитать доверительные интервалы для коэффициентов регрессии.

Задача 5: Провести проверку линейных гипотез на коэффициенты регрессии (t-тесты, F-тест).

Задача 6: Рассчитать прогнозное значение объясняемой переменной и построить интервал прогноза.

### **1.1.3. План практического занятия по теме: «Разнородность наблюдаемых объектов. Гетероскедастичность. Автокорреляция остатков».=====**

#### **Цели занятия:**

Освоить учет разнородности наблюдений в регрессионном анализе.

Изучить использование фиктивных переменных и проведение тестов на структурные сдвиги (тест Чоу).

Разобрать природу гетероскедастичности, последствия для МНК, методы выявления и корректировки.

Изучить автокорреляцию остатков, её последствия и методы устранения.

#### **Разбор ключевых понятий.**

Разнородность наблюдений и причины её возникновения.

Использование дамми (фиктивных) переменных, тест Чоу, проверка гипотез о структурных сдвигах.

Экономическая природа гетероскедастичности, последствия для МНК, ОМНК (GLS), WLS.

Тесты на гетероскедастичность (тест Спирмена).

Природа автокорреляции остатков, схема AR(1), последствия автокорреляции.

Методы выявления автокорреляции (статистика Дарбина-Уотсона).

Методы устранения автокорреляции: двухшаговый метод Дарбина, процедура Кокрейна-Оркутта, использование ОМНК.

#### **Решение типовых задач**

Задача 1: Создать дамми переменные для групп данных и интерпретировать коэффициенты.

Задача 2: Провести тест Чоу для выявления структурного сдвига между двумя выборками.

Задача 3: Проверить наличие гетероскедастичности с использованием теста Уайта.

Задача 4: Рассчитать скорректированные стандартные ошибки (robust SE).

Задача 5: Рассчитать статистику Дарбина-Уотсона и интерпретировать результаты.

Задача 6: Исправить автокорреляцию с использованием процедуры Кокрейна-Оркутта.

Задача 7: Выполнить взвешенную регрессию (WLS) при выявленной гетероскедастичности и сравнить с МНК.

### **1.1.4. План практического занятия по теме: «Диагностика в линейной модели. Ошибки спецификации в линейной регрессии. Критерии выбора модели»**

#### **Цели занятия:**

Научить выявлять ошибки спецификации в линейной регрессии.

Освоить использование тестов на гетероскедастичность, автокорреляцию и нормальность остатков.

Ознакомить с методами диагностики устойчивости модели (CUSUM, CUSUMSQ).

Разобрать влияние добавления или исключения переменных и наблюдений на результаты регрессии.

Научить применять критерии выбора моделей ( $R^2$ , F-тест, логлинейная форма) и использовать разбиение выборки на обучающую и тестовую для проверки качества модели.

### **Разбор ключевых понятий**

Ошибки спецификации: пропущенные существенные переменные, избыточные переменные, выбор функциональной формы.

Последствия неправильной спецификации при наличии гетероскедастичности.

Диагностика регрессионной модели:

Тест на нормальность остатков.

Группировка наблюдений по результатам диагностики.

Рекурсивные остатки и их использование.

Влияние исключения и добавления переменных и наблюдений.

Предпосылки «хорошей» модели.

Использование коэффициента детерминации, F-теста, связи t и F статистик.

### **Решение типовых задач**

Задача 1: Построить модель линейной регрессии, исключить из модели одну переменную, сравнить результаты оценок,  $R^2$  и интерпретировать изменения.

Задача 2: Провести тест на нормальность остатков.

Задача 3: Рассчитать рекурсивные остатки и построить график.

Задача 5: Провести F-тест для проверки значимости группы переменных.

Задача 6: Разбить выборку на обучающую и тестовую, построить модель на обучающей, проверить её предсказательную силу на тестовой выборке.

## **1.1.5. План практического занятия по теме: «Нелинейные модели регрессии»**

### **Цели занятия:**

Познакомить студентов с экономическим обоснованием использования нелинейных моделей.

Изучить виды нелинейных моделей и методы их приведения к линейной форме.

Освоить практические методы оценивания нелинейных моделей: нелинейный метод наименьших квадратов (НМНК) и метод максимального правдоподобия (ММП).

Разобрать особенности использования нелинейных моделей в прикладных экономических исследованиях (проблема leverage, предпосылки относительно ошибок).

Отработать навыки оценивания нелинейных моделей в STATA/EViews.

### **Разбор ключевых понятий**

Экономические причины использования нелинейных моделей в анализе экономических данных (возрастающая отдача, эффекты масштаба и др.).

Классификация нелинейных моделей:

Нелинейные по переменным, но линейные по параметрам (логлинейные, степенные модели).

Нелинейные по параметрам (логистическая регрессия, модели роста).

Методы приведения нелинейных моделей к линейным по параметрам (логарифмирование, замена переменных).

Предпосылки относительно ошибок:

Ошибки с нулевым математическим ожиданием и гомоскедастичностью.

Независимость и нормальность ошибок.

Обзор методов оценивания:

Нелинейный метод наименьших квадратов (НМНК).

Метод максимального правдоподобия (ММП).

Преимущества и ограничения использования НМНК и ММП.

### **Решение типовых задач**

Задача 1: Приведение степенной модели ( $y = a x^b e^u$ ) к линейной форме с помощью логарифмирования и оценка модели МНК.

Задача 2: Построение логлинейной модели и интерпретация коэффициентов.

Задача 3: Оценка логистической регрессии с помощью метода максимального правдоподобия.

Задача 4: Сравнение результатов оценивания нелинейной модели с результатами линейной модели на том же датасете.

Задача 5: Проверка предположений о нормальности и гомоскедастичности остатков.

### **1.1.6. Понятие о моделях с дискретной зависимой переменной**

#### **Цели занятия:**

Познакомить с видами дискретных зависимых переменных: номинальных, ранжированных, количественных.

Изучить модели бинарного выбора: линейная вероятностная модель.

Рассмотреть интерпретацию коэффициентов и предельные эффекты.

Ознакомить с критериями качества моделей.

Рассмотреть модели множественного выбора и модели с урезанными выборками.

#### **Разбор ключевых понятий**

Типы дискретных зависимых переменных.

Линейная вероятностная модель: свойства и недостатки.

Интерпретация коэффициентов, предельные эффекты.

Пуассоновская регрессия для счётных данных.

#### **Решение типовых**

Построение модели logit и probit в STATA/EViews.

Вычисление предельных эффектов.

Оценка модели multinomial logit для выбора вида транспорта.

Оценка модели Tobit на данных расходов.

Построение пуассоновской регрессии.

### **1.1.7. Модели с панельными данными**

#### **Цели занятия:**

Познакомить с моделями с фиксированными и случайными эффектами.

Научить проводить тест Хаусмана, тесты на наличие индивидуальных эффектов.

Разобрать применение моделей к реальным экономическим данным.

#### **Разбор ключевых понятий (20 минут)**

Панельные данные: структура, преимущества.

Модели с фиксированными эффектами (FE).

Модели со случайными эффектами (RE).

Сравнение FE и RE.

Тест Хаусмана.

Тесты на наличие индивидуальных эффектов.

#### **Решение типовых задач**

Построение FE и RE моделей.

Проведение теста Хаусмана.

Интерпретация коэффициентов.

Проведение тестов на индивидуальные эффекты.

### **1.1.8. Практика прикладного анализа данных**

#### **Цели занятия:**

Отработать комплексное применение методов эконометрики.

Научить подготовке аналитических отчетов.

Развить навыки интерпретации данных.

### **Обзор инструментов анализа**

Использование Excel

Выгрузка и подготовка данных.

### **Практическая работа**

Импорт данных в Excel

Проведение базового описательного анализа.

Построение линейной модели.

Проверка гипотез.

Применение диагностических тестов.

Подготовка краткого аналитического отчета.

## **1.1 9. Итоговое обобщение и подготовка к экзамену**

### **Цели занятия:**

Повторить ключевые темы курса.

Решить комплексные задачи и тесты.

Разобрать типичные ошибки.

Сформировать навыки ответов на экзамене.

### **Обзор пройденных тем**

Регрессия, диагностика, гетероскедастичность, автокорреляция.

Панельные данные, модели с дискретной зависимой переменной.

Диагностические тесты и выбор моделей.

### **Решение комплексных задач**

Решение задачи по регрессии с диагностиками.

Пример анализа панели данных.

Проверка гипотез и интерпретация результатов.

### **Разбор типичных ошибок**

Ошибки в построении моделей.

Неверная интерпретация коэффициентов.

Ошибки при проверке гипотез.

### **Итоги и подготовка к экзамену**

Рекомендации по подготовке:

Повторение теории.

Решение практических заданий.

Подготовка по типовым вопросам.

Ответы на вопросы.

## **1.2. Планы лабораторных работ и практикумов**

### **1.2.1. Практическая работа в Excel**

Импорт учебного датасета.

Построение CLR

Вычисление и интерпретация коэффициентов, остатков,  $R^2$ .

Использование команды F-теста для проверки линейных гипотез.

Построение доверительных интервалов для коэффициентов.

Проведение точечного и интервального прогнозирования в рамках CLR.

Практическая демонстрация наложения ограничений на коэффициенты (УМНК) и сравнение результатов с МНК.

### 1.3. Материалы по практической части курса

1. Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. Эконометрика: начальный курс. 8-е изд. М.: Дело, 2007. 568 с.
2. Verbeek M. A Guide to Modern Econometrics. 4th ed. Chichester: Wiley, 2012. 492 p.
3. Wooldridge J. M. Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data. 2nd ed. Cambridge: MIT Press, 2010. 1096 p.
4. Johnston J., DiNardo J. Econometric Methods. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 1997. 568 p.
5. Cameron A. C., Trivedi P. K. Microeconometrics: Methods and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 1034 p.
6. Гусев В. Б., Луканин В. Н., Соловьева И. А. Эконометрика. Учебник для бакалавриата и магистратуры. 4-е изд. М.: Юрайт, 2020. 416 с.
7. Балабанов И. Т., Балабанов А. И. Эконометрика: учебник. 3-е изд. СПб.: Питер, 2019. 448 с.
8. Гурвич Е. Т., Петрова А. А. Эконометрика: моделирование и прогнозирование экономических процессов. М.: КНОРУС, 2019. 368 с.

### 1.1. Вопросы и задания для самостоятельной работы студентов

#### Вопросы для самостоятельной работы:

1. Дайте определение регрессии и эконометрической модели.
2. Объясните смысл метода наименьших квадратов.
3. Перечислите предпосылки применения МНК.
4. В чем заключается геометрическая интерпретация МНК?
5. Сформулируйте теорему Гаусса-Маркова.
6. Какие свойства имеют МНК-оценки в классической линейной регрессии?
7. В чем состоит отличие условного МНК от обычного МНК?
8. Дайте определение гетероскедастичности и её экономическую интерпретацию.
9. Какие последствия имеет гетероскедастичность для МНК?
10. Объясните суть статистики Дарбина-Уотсона.
11. Какие ошибки спецификации могут возникнуть в регрессии?
12. Чем грозит исключение значимой переменной из модели?
13. Приведите пример нелинейной модели, приводимой к линейной форме.
14. Что такое метод максимального правдоподобия?
15. В чем отличие нелинейного метода наименьших квадратов от обычного МНК?
16. Какие бывают дискретные зависимые переменные?
17. Что такое панельные данные?
18. В чем отличие моделей с фиксированными и случайными эффектами?
19. Для чего используется тест Хаусмана?
20. Опишите этапы анализа данных.
21. Какие критерии используются для оценки модели?
22. Почему важно проводить диагностику модели?
23. Какие шаги включает построение модели регрессии?
24. Какие виды ошибок могут возникнуть при анализе данных?
25. Как проверить гипотезу о значимости коэффициента?

#### Задания для самостоятельной работы:

1. Построить простую линейную регрессию по учебным данным.
2. Вычислить и интерпретировать коэффициент детерминации.

3. Рассчитать МНК-оценки параметров вручную и в Excel.
4. Построить доверительные интервалы для коэффициентов регрессии.
5. Провести проверку гипотез относительно коэффициентов с использованием t-теста.
6. Провести тест Уайта на гетероскедастичность.
7. Вычислить статистику Дарбина-Уотсона и интерпретировать её.
8. Применить WLS для исправления гетероскедастичности.
9. Провести тест на нормальность остатков.
10. Сравнить модели с разным составом объясняющих переменных.
11. Привести степенную модель к линейной форме и оценить её.
12. Оценить параметры модели с использованием нелинейного метода наименьших квадратов.
13. Рассчитать предельные эффекты и интерпретировать их.
14. Построить модели фиксированных и случайных эффектов на учебных данных.
15. Провести тест Хаусмана и интерпретировать результаты.
16. Сравнить модели FE и RE по значимости и интерпретации коэффициентов.
17. Провести анализ данных в Excel по учебному набору данных.
18. Построить регрессионную модель и провести её диагностику.
19. Подготовить аналитический отчет по результатам анализа данных.
20. Решить комплексную задачу на построение регрессии и диагностику модели.
21. Подготовить ответы на типовые экзаменационные вопросы.
22. Составить краткие конспекты по ключевым темам курса.

**1.2. Образцы вариантов контрольных работ, тестов и/или других форм текущих и промежуточных контролей**

***Представить результаты моделирования и прогнозирования в графическом формате***

Ставится задача исследовать, как влияет размер средней номинальной заработной платы (в руб.) на среднедушевые денежные доходы населения (в руб.) в России. *Денежная масса M0* — это совокупность наличных денег, находящихся в обращении в млрд. (трлн.) руб.

Т(год, квартал)	Средняя номинальная заработная плата	Среднедушевые денежные доходы населения
2008 I	15424	9930,9
II	16962	11932,5
III	17556	12667,1
IV	18966	15605,9
2009 I	17441	12213
II	18419	14749,7
III	18673	15579,3
IV	20670	16904,5
2010 I	19485	14065,1
II	20809	16967,9
III	21031	16730,6
IV	23491	19833,3
2011 I	21354	16146,4
II	23154	18690

III	23352	18549,4
IV	26905	22456
2012 I	24407	17710,6
II	26547	20417,6
III	26127	20512,3
IV	30233	24535
2013 I	27339	19121
II	30245	22591
III	29578	23280,7
IV	33269	27986,2
2014 I	30057	21800
II	32963	24990,4
III	31730	25528,7
IV	35685	30532,9
2015 I	31566	22457,1
II	34703	27059,3
III	32983	27964,6
IV	35692	32285
2016 I	34000	25364
II	37404	29723,1
III	35744	29945,5
IV	39824	36099,8
2017 I	35983	26646,2
II	40103	30234
III	37723	30539,5
IV	42797	36149,5
2018 I	40691	27763
II	44477	31306,6
III	41830	31325
IV	46850	37224,6
2019 I	43944	29011,2
II	48453	32455
III	45726	32609,2
IV	51684	38945
2020 I	48390	30240,8
II	50784	34569,1
III	49021	35096,9
IV	56044	41428,3

Парная линейная регрессия определяется моделью вида:

$$f(x) = \beta_0 + \beta_1 x$$

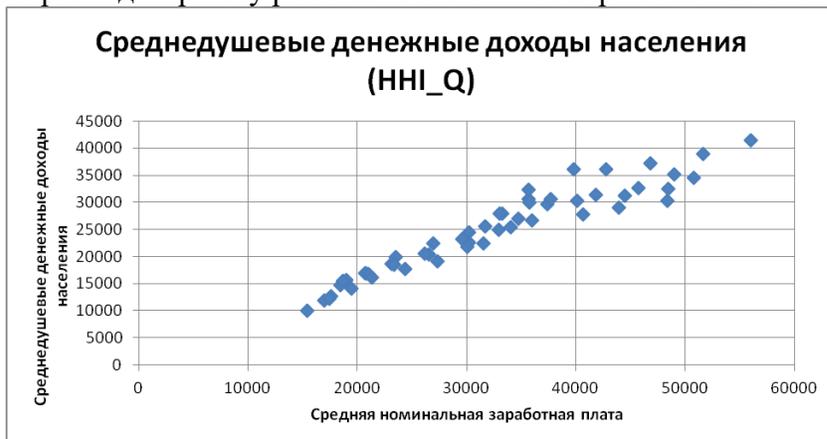
В качестве эндогенной переменной будет выступать среднедушевые денежные доходы населения в России., а экзогенная - размер средней номинальной заработной платы.

В нашем случае

$$\text{НИ}_Q = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{WAG}_C_Q$$

Исходя из экономического смысла модели можем предположить, что коэффициент регрессии  $\beta_1$  модели будет положительным

Строим диаграмму рассеяния зависимой переменной с экзогенным фактором



Вывод: Вытянутость облака точек на диаграмме рассеяния вдоль наклонной прямой позволяет сделать предположение, что существует некоторая объективная тенденция прямой линейной связи между значениями переменных  $x$  и  $y$ , т.е. в среднем, с увеличением размера средней номинальной заработной платы, в среднем увеличиваются среднедушевые денежные доходы населения.

Чтобы вычислить корреляцию средствами Excel, воспользуемся функцией =КОРРЕЛ().

Получили  $r = 0.958$  что свидетельствует о тесной прямой связи между факторами

Оценим значимость коэффициента корреляции. Для этого рассчитаем значение  $t$  – статистики по формуле

$$t_{\text{набл}} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

Критическое значение  $t$  – статистики Стьюдента получим с помощью функции СТЬЮДРАСПРОБР пакета Excel. В качестве аргументов функции необходимо задать число степеней свободы равное  $n-2=52-2=50$  и значимость  $\alpha$  ( $\alpha = 0,05$ ).

Получили:

Коэффициент корреляции	0,95843232
t статистика	23,75277065
t-критическое	2,008559112

Сравнивая числовые значения критериев, видно, что  $|t_{\text{набл}}|=23,753 > t_{\text{маб}}=2,01$ , т.е. полученное значение коэффициента корреляции значимо.

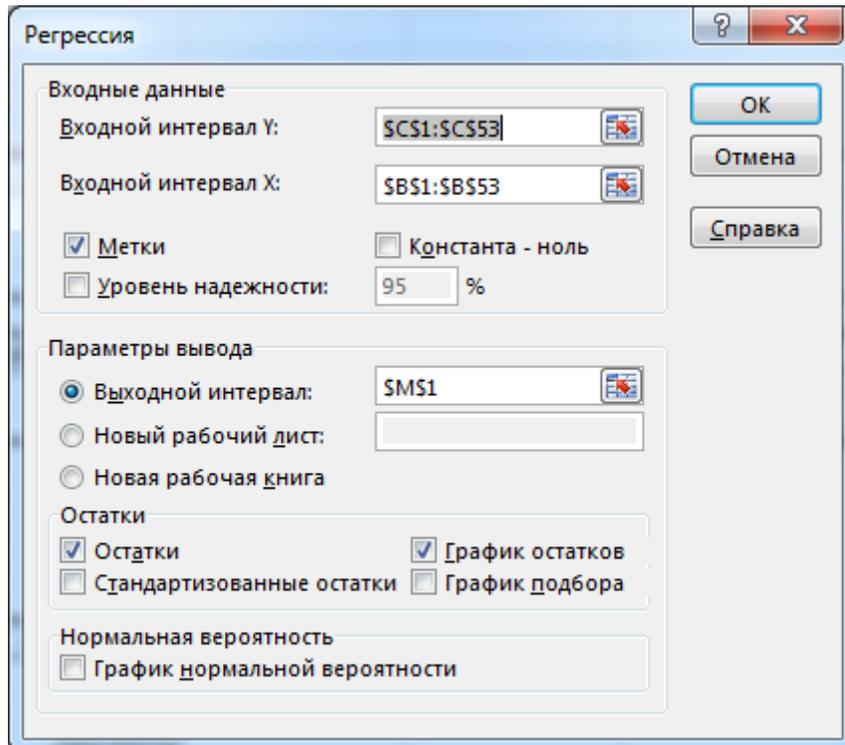
Вывод: размер средней номинальной заработной платы оказывает высокое влияние на среднедушевые денежные доходы населения, связь прямая.

Оценим параметры модели с помощью надстройки Excel Анализ данных, используя инструмент Регрессия.

Данные записать в таблицу Excel.

- Выбрать команду на вкладке Данные  $\Rightarrow$  команда Анализ данных.

- В диалоговом окне Анализ данных выбрать инструмент Регрессия.
  - В диалоговом окне Регрессия в поле Входной интервал Y ввести адрес одного диапазона ячеек, который представляет зависимую переменную. В поле Входной интервал X ввести адрес диапазона, который содержит значения независимой переменной
  - Установить флажок Метки в первой строке для отображения заголовков столбцов.
  - Выбрать параметры вывода.
  - В поле Остатки и График подбора поставить флажки.
- ОК



Вывод итогов						
<i>Регрессионная статистика</i>						
Множественный R	0,95843232					
<b>R-квадрат</b>	<b>0,918592512</b>					
Нормированный R-квадрат	0,916964362					
Стандартная ошибка	2272,311656					
Наблюдения	52					
<i>Дисперсионный анализ</i>						
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
Регрессия	1	2913160034	2913160034	564,1941137	6,83273E-29	
Остаток	50	258170013	5163400,261			
Итого	51	3171330047				
	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
Y-пересечение	1966,864929	1010,744082	<b>1,945957403</b>	0,057291304	-63,27430738	3997,004166
Средняя номинальная заработн	0,702601288	0,029579761	<b>23,75277065</b>	6,83273E-29	0,643188589	0,762013987

Получена модель

$$HH\_Q = 1966,865 + 0,7026 \cdot WAG\_C\_Q, \quad s = 2272,31, \quad R^2 = 0,919, \quad F = 564,19$$

(1010,744)      (0,0296)

С ростом заявленной размера средней номинальной заработной платы на 1 руб. среднедушевые денежные доходы населения увеличиваются на 0,7026 руб.

В качестве показателя степени влияния выбранного регрессора на поведение эндогенной переменной принимается коэффициент детерминации. Значение коэффициента детерминации можно найти в первой таблице протокола регрессионного анализа

*Регрессионная статистика*

Множественный R	0,95843232
<b>R-квадрат</b>	<b>0,918592512</b>
Нормированный R-квадрат	0,916964362
Стандартная ошибка	2272,311656
Наблюдения	52

Для проверки значимости модели регрессии используется F-критерий Фишера. Значение F критерия можно найти в первой таблице протокола регрессионного анализа

*Дисперсионный анализ*

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	1	2913160034	2913160034	<b>564,1941137</b>	6,83273E-29
Остаток	50	258170013	5163400,261		
Итого	51	3171330047			

Критическое значение  $F$  – статистики для параметров:  $\nu_1 = k = 1$ ,

$\nu_2 = n - k - 1 = 52 - 1 - 1 = 50$  и уровня значимости  $\alpha = 0,05$  равно  $F_{kp} = 4,034$ , таким образом  $F_{\text{выч}} = 564,19 > F_{kp} = 4.034$ , и, следовательно, оцененная регрессия в целом статистически значима.

Значимость оценок параметров проверяется при помощи неравенства:

$$|t_{\hat{\beta}_i}| = \left| \hat{\beta}_i / s_{\hat{\beta}_i} \right| \leq t_{kp}$$

Воспользуемся значениями t-статистики полученными при проведении регрессионного анализа

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>
Y-пересечение	1966,864929	1010,744082	<b>1,945957403</b>
Средняя номинальная заработн	0,702601288	0,029579761	<b>23,75277065</b>

$|t_{\hat{\beta}_0}| = 1,946 < t_{kp} = 2,01$  — оценка  $\hat{\beta}_0$  статистически не значима при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ,

$|t_{\hat{\beta}_1}| = 23,75 > t_{kp} = 2,01$  — оценка  $\hat{\beta}_1$  статистически значима при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

Таким образом, регрессоры, включённые в спецификацию модели статистически значимо влияют на эндогенную переменную.

Промежуточные вычисления для получения средней относительной ошибки аппроксимации.

<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное Среднедушевые денежные доходы населения (Y)</i>	<i>Остатки</i>	<i> e /y</i>
1	12803,7872	-2872,887199	0,289287698
2	13884,38798	-1951,88798	0,163577455
3	14301,73315	-1634,633145	0,12904557

4	15292,40096	313,4990384	0,020088495
5	14220,934	-2007,933997	0,164409563
6	14908,07806	-158,378057	0,010737714
7	15086,53878	492,7612158	0,031629227
8	16489,63356	414,8664433	0,024541775
9	15657,05103	-1591,95103	0,11318448
10	16587,29514	380,6048642	0,022430876
11	16743,27262	-12,67262178	0,000757452
12	18471,67179	1361,628209	0,068653639
13	16970,21284	-823,8128379	0,051021456
14	18234,89516	455,1048434	0,024350179
15	18374,01021	175,3897883	0,009455281
16	20870,35259	1585,647411	0,070611303
17	19115,25457	-1404,654571	0,079311518
18	20618,82133	-201,2213275	0,009855288
19	20323,72879	188,5712135	0,00919308
20	23208,60968	1326,390324	0,05406115
21	21175,28155	-2054,281548	0,107435885
22	23217,04089	-626,0408913	0,02771196
23	22748,40583	532,2941679	0,022864182
24	25341,70719	2644,492813	0,094492743
25	23084,95185	-1284,951849	0,058942745
26	25126,71119	-136,3111927	0,005454542
27	24260,4038	1268,296196	0,04968119
28	27039,1919	3493,708101	0,114424378
29	24145,17719	-1688,077193	0,075168975
30	26349,23743	710,0625658	0,026240981
31	25140,76322	2823,836782	0,10097898
32	27044,11011	5240,889892	0,162332039
33	25855,30873	-491,3087286	0,019370317
34	28246,96351	1476,136486	0,049662938
35	27080,64538	2864,854625	0,095668953
36	29947,25863	6152,541369	0,170431453
37	27248,56708	-602,3670831	0,022606116
38	30143,28439	90,71560948	0,00300045
39	28471,09332	2068,406675	0,067728898
40	32036,09226	4113,407739	0,113788787
41	30556,41395	-2793,413948	0,10061643
42	33216,46243	-1909,862425	0,061005105
43	31356,67682	-31,67681526	0,001011231
44	34883,73528	2340,864718	0,062884886
45	32841,97594	-3830,775939	0,132044725

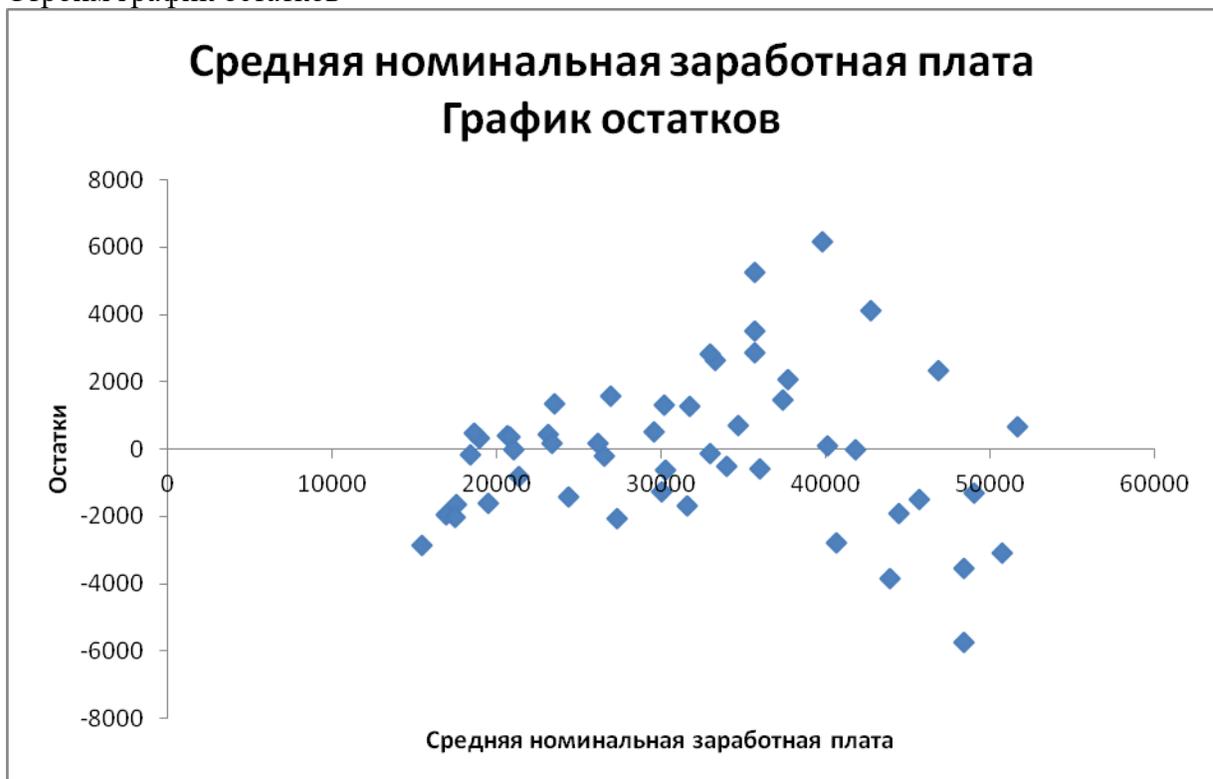
46	36010,00515	-3555,005147	0,10953644
47	34094,01143	-1484,811434	0,045533513
48	38280,10991	664,8900907	0,017072541
49	35965,74127	-5724,941266	0,189311833
50	37647,76875	-3078,66875	0,0890584
51	36409,08268	-1312,182679	0,037387424
52	41343,45153	84,84847413	0,00204808
<b>Сумма</b>			<b>3,581700319</b>
Средняя ошибка аппроксимации			6,88788523

Воспользовавшись данными из табл., получим  $E_{отн} = \frac{1}{n} \sum \frac{|\varepsilon|}{Y} = \frac{1}{52} \cdot 3,58 \cdot 100 = 6,89\%$ .

Точность модели достаточно высокая.

В целом качество модели признается высоким.

Строим график остатков



На рис. нет особых различий между ошибками, соответствующими разным значениям  $X_i$ . Следовательно, вариации ошибок при разных значениях  $X_i$  приблизительно одинаковы. В соответствии с алгоритмом теста Дарбина-Уотсона по оцененной модели вычислим оценки эндогенной переменной

$$\hat{Y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_t, \quad t = 1, \dots, 35,$$

и остатки

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t, \quad t = 1, \dots, 35,$$

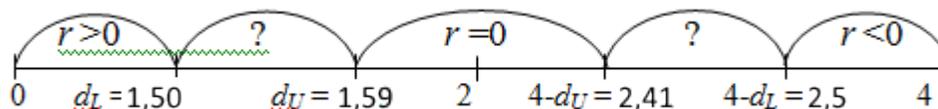
по которым по формуле  $DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$  вычислим значение статистики теста.

Вычисление показателей удобно выполнять в виде таблицы

ВЫВОД ОСТАТКА						
Наблюдение	Исходные денежные до	Остатки	$ e_t/y$	$e^2$	$(e_t - e_{t-1})^2$	
1	12803,7872	-2872,887199	0,289287698	8253480,857		
2	13884,38798	-1951,88798	0,163577455	3809866,687	848239,5609	
3	14301,73315	-1634,633145	0,12904557	2672025,52	100650,6302	
4	15292,40096	313,4990384	0,020088495	98281,64706	3795219,005	
5	14220,934	-2007,933997	0,164409563	4031798,937	5389051,338	
6	14908,07806	-158,378057	0,010737714	25083,60893	3420857,176	
7	15086,53878	492,7612158	0,031629227	242813,6158	423982,3526	
8	16489,63356	414,8664433	0,024541775	172114,1657	6067,595591	
41	30556,41395	-2793,413948	0,10061643	7803161,485	47704185,82	
42	33216,46243	-1909,862425	0,061005105	3647574,483	780663,2935	
43	31356,67682	-31,67681526	0,001011231	1003,420625	3527581,185	
44	34883,73528	2340,864718	0,062884886	5479647,628	5628953,327	
45	32841,97594	-3830,775939	0,132044725	14674844,29	38089148,39	
46	36010,00515	-3555,005147	0,10953644	12638061,6	76049,52942	
47	34094,01143	-1484,811434	0,045533513	2204664,995	4285702,009	
48	38280,10991	664,8900907	0,017072541	442078,8327	4621216,646	
49	35965,74127	-5724,941266	0,189311833	32774952,5	40829944,77	
50	37647,76875	-3078,66875	0,0890584	9478201,272	7002758,229	
51	36409,08268	-1312,182679	0,037387424	1721823,382	3120473,039	
52	41343,45153	84,84847413	0,00204808	7199,263561	1951696,042	
Сумма			3,581700319	258170013	391417876,2	
Средняя ошибка аппроксимации			6,88788523	DW=	1,516124478	

$DW = 1,52$

Нижняя и верхняя границы критического значения статистики,  $d_L = 1,50$  и  $d_U = 1,59$ , определённые по таблице Дарбина-Уотсона для  $\alpha = 0,05$ ,  $K = 1$  (число регрессоров модели),  $n = 35$  (число наблюдений) делят интервал возможных значений на пять частей



Вычисленное значение статистики  $d_L = 1,5 < DW = 1,52 < d_U = 1,59$  попадает в интервал неопределенности. Нельзя сделать вывод на основании данного критерия

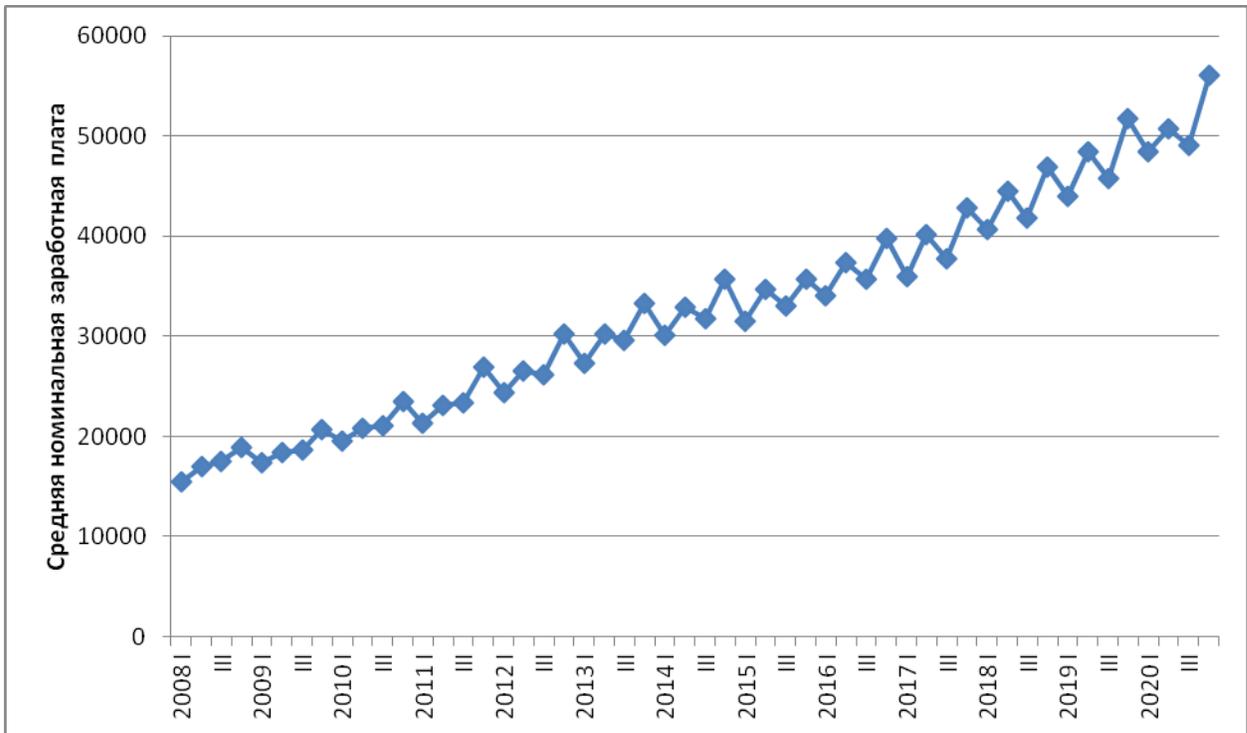


График показывает наличие тренда и сезонной компоненты с периодичностью 4 квартала. Поэтому для учета сезонности понадобится 3 фиктивные переменные.

Запишем спецификацию регрессионной модели с фиктивными переменными сдвига, учитывающими сезонные колебания

$$WAG\_C\_Q = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \delta_1 d_1 + \delta_2 d_2 + \delta_3 d_3 + \varepsilon,$$

$$d_i = \begin{cases} 1 & \text{для квартала } i \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Параметры  $\delta_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  показывают средние квартальные отклонения средней номинальной заработной платы по отношению к четвертому (базовому) кварталу. Построим полученную модель с использованием сервиса Анализ данных – Регрессия

Вывод итогов						
Регрессионная статистика						
Множественный R	0,930073					
R-квадрат	0,865037					
Нормированный R-квадрат	0,85355					
Стандартная ошибка	4763,739					
Наблюдения	52					
Дисперсионный анализ						
	df	SS	MS	F	Значимость F	
Регрессия	4	6,84E+09	1709039944	75,31064	7,74521E-20	
Остаток	47	1,07E+09	22693205,6			
Итого	51	7,9E+09				
	Коэффициент	Стандартная ошибка	t-статистика	p-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
У-пересечение	16968,2	1809,16	9,379051916	2,43E-12	13328,64224	20607,76161
t	752,0203	44,13897	17,03755609	9,58E-22	663,2240969	840,8164251
d1	-3703,4	1873,178	-1,977068021	0,053917	-7471,749269	64,94775839
d2	-1739,73	1870,576	-0,930049623	0,357098	-5502,842676	2023,385258
d3	-3650,13	1869,013	-1,952973593	0,056791	-7410,103326	109,8361557

Оцененная модель имеет вид:

$$WAG\_C\_Q = 16968,2 + 752,0203 \cdot t - 3703,4 d_1 - 1739,73 d_2 - 3650,13 d_3,$$

(1809.16)      (44.139)      (1873.178)      (1870.576)      (1869.013)

$$R^2 = 0.865, \quad F = 75.311, \quad s = 4763.739.$$

Влияние первых трех кварталов на эндогенную переменную статистически не значимо отличается от влияния на неё базового (четвертого) квартала для уровня значимости  $\alpha = 0,05$  ( $t_{kp} = 2,01$ )

Поскольку оцененная модель — множественная регрессионная, для неё необходимо вычислить скорректированный коэффициент детерминации по формуле:

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{e^T \cdot e / (n - k)}{y^T \cdot y / (n - 1)} = 1 - (1 - R^2) \cdot \frac{n - 1}{n - k},$$

Также он приведен в первой таблице Регрессионного анализа

$$R_{adj}^2 = 0,854$$

Критическое значение  $F$  – статистики для параметров:  $\nu_1 = k = 4$ ,

$\nu_2 = n - k - 1 = 52 - 4 - 1 = 47$  и уровня значимости  $\alpha = 0,05$  равно  $F_{kp} = 2.57$ , таким образом  $F_{выч} > F_{kp}$ , и, следовательно, оцененная регрессия в целом статистически значима.

По оцененной модели построим прогноз на ближайший квартал, т.е. на 1 квартал 2021 года:

Подставляем значения

$t = 53, d1 = 1, d2 = 0, d3 = 0$  Получим:

$$WAG\_C\_Q = 53121.88$$

Подставив прогнозные значения  $WAG\_C\_Q$  в модель (1), получим точечный прогноз  $\hat{Y}_p$ :

$$НИ\_Q = 1966,865 + 0,7026 \cdot 53121.88 = 39290.36$$

Построим интервальную оценку значения эндогенной переменной на интервале прогнозирования для момента  $t = p > n$ ,

$$\text{НГ}_p = \hat{Y}_p - t_{kp} \cdot s_p$$

$$\text{ВГ}_p = \hat{Y}_p + t_{kp} \cdot s_p,$$

$\text{НГ}_p$  — нижняя граница интервала прогнозирования;

$\text{ВГ}_p$  — верхняя граница интервала прогнозирования;

$t_{kp}$  — табличное значение критерия Стьюдента.

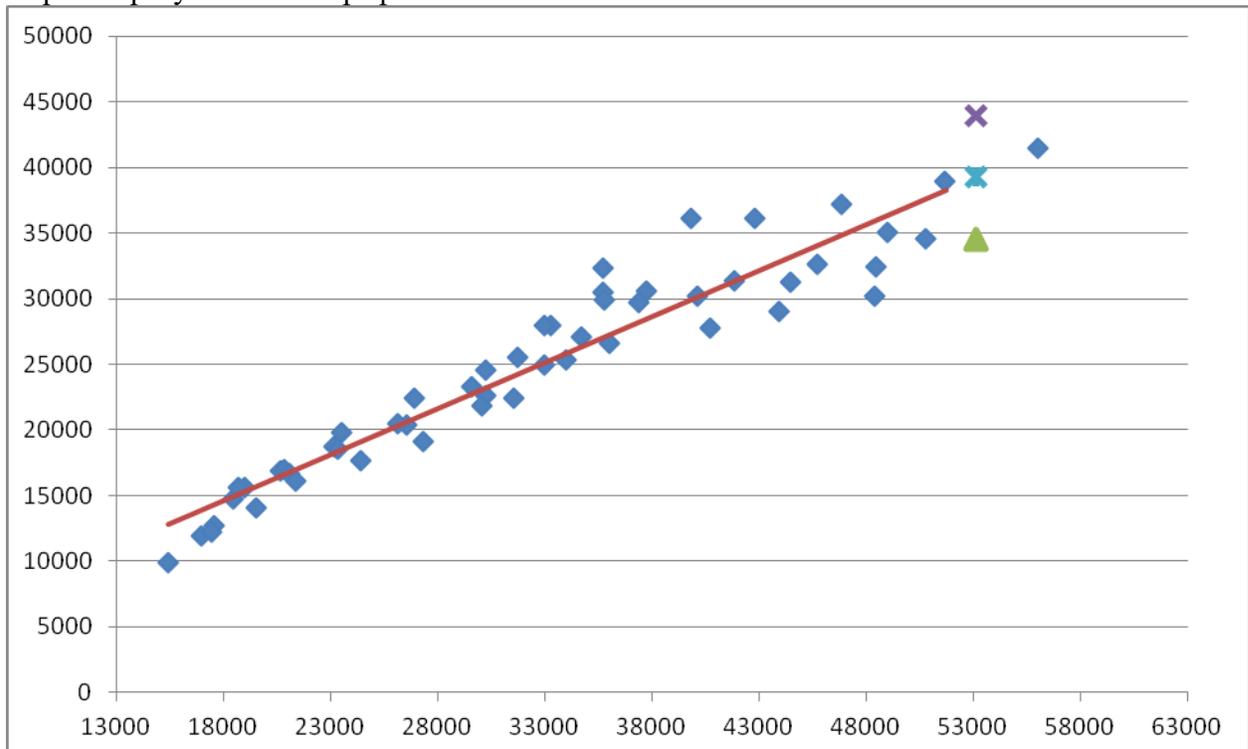
$s_p$  — ошибка прогноза, вычисляется по формуле:

$$s_p = s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_{\text{прогн}} - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n (X_t - \bar{X})^2}}$$

## Прогноз

X	53121,88		
Y	39290,36		
Sp	2342,28		
Y-	34585,76	Y+	43994,97
tkp=	2,008559		

Отразим результаты на графике



### 1.3. Перечень экзаменационных вопросов

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Российско-Армянский (Славянский) университет  
Институт экономики и бизнеса  
Кафедра математических методов и информационных технологий в экономике и бизнесе

#### 1. Теоретический вопрос

Объясните понятие «математическая модель». Приведите примеры

#### 2. Практический вопрос

ЗАДАНИЕ. По группе предприятий, производящих однородную продукцию, известно, как зависит себестоимость единицы продукции  $y$  от факторов, приведенных в таблице. Определите с помощью коэффициентов эластичности силу влияния каждого фактора на результат. Проранжируйте факторы по силе влияния, сделайте вывод.

Признак-фактор	Уравнение парной регрессии	Среднее значение признака
Трудоемкость единицы продукции, чел.-час., $x_1$	$Y_{x_1} = 9,3 + 9,83x_1$	$\bar{x}_1 = 1,38$
Объем производства, млн. ден. ед., $x_2$	$Y_{x_2} = 0,62 + \frac{58,47}{x_2}$	$\bar{x}_2 = 2,64$
Цена за одну тонну энергоносителя, млн. ден. ед., $x_3$	$Y_{x_3} = 11,73 \cdot x_3^{1,6281}$	$\bar{x}_3 = 1,503$
Доля прибыли, изымаемой государством, %, $x_4$	$Y_{x_4} = 14,87 \cdot 1,016^{x_4}$	$\bar{x}_4 = 26,3$

Доцент \_\_\_\_\_ О. В. Блейхер

### 1. Теоретический вопрос

Почему построение математической модели – необходимый этап изучения экономических процессов? Объясните, приведите примеры.

### 2. Практический вопрос

ЗАДАНИЕ. По некоторым территориям районов края известны значения средней суточного душевого дохода в у.е. (фактор  $X$ ) и процент от общего дохода, расходуемого на покупку продовольственных товаров (фактор  $Y$ ), табл. 1. Требуется для характеристики зависимости  $Y$  от  $X$  рассчитать параметры линейной, степенной, показательной функции и выбрать оптимальную модель (провести оценку моделей через среднюю ошибку аппроксимации ( $A$ ) и  $F$ - критерий Фишера.

Таблица 1

Район	фактор $Y$	фактор $X$
Пожарский (1)	68,8	45,1
Кавалеровский (2)	61,2	59,0
Дальнегорский (3)	59,9	57,2
Хасанский (4)	56,7	61,8
Лесозаводский (5)	55,0	58,8
Хорольский (6)	54,3	47,2
Анучинский (7)	49,3	55,2

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Российско-Армянский (Славянский) университет  
Институт экономики и бизнеса  
Кафедра математических методов и информационных технологий в экономике и бизнесе

### 1. Теоретический вопрос

Приведите примеры проблемных ситуаций, для количественного анализа которых необходимо применение эконометрических методов.

### 2. Практический вопрос

Постройте линии регрессии  $Y$  на  $x$  и  $X$  на  $y$  для двумерной с.в.  $(X, Y)$ , закон распределения которой задан таблицей, рассчитайте коэффициенты корреляции и детерминации.

$X / Y$	-1	0	1	$\Sigma$
0	0,1	0,15	0,2	0,45
1	0,15	0,25	0,15	0,55
$\Sigma$	0,25	0,4	0,35	1

Доцент \_\_\_\_\_ О. В. Блейхер

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Российско-Армянский (Славянский) университет  
Институт экономики и бизнеса  
Кафедра математических методов и информационных технологий в экономике и бизнесе

### 1. Теоретический вопрос

Что такое экзогенные и эндогенные переменные в регрессионной модели? Приведите пример.

### 2. Практический вопрос

1) Постройте поле корреляции результативного и факторного признаков.

2) Определите параметры уравнения парной линейной регрессии. Дайте интерпретацию найденных параметров и всего уравнения в целом.

Компания, занимающаяся продажей радиоаппаратуры, установила на видеомаягнитофон определенной модели цену, дифференцированную по регионам. Следующие данные показывают цены на видеомаягнитофон в 8 различных регионах и соответствующее им число продаж:

Число продаж, шт.	420	380	350	400	440	380	450	420
Цена, у.е.	5,5	6,0	6,5	6,0	5,0	5,6	4,5	5,0

Доцент \_\_\_\_\_ О. В. Блейхер

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Российско-Армянский (Славянский) университет  
Институт экономики и бизнеса  
Кафедра математических методов и информационных технологий в экономике и бизнесе

### 1. Теоретический вопрос

Охарактеризуйте модель линейной регрессии и приведите примеры линейной регрессионной зависимости.

### 2. Практический вопрос

**Условие.** В таблице приведены данные о прибыли  $Y$  (в тыс. руб.) в зависимости от доли товара  $A$  в грузообороте  $X$  (%).

$x_i$	34	38	30,5	28,6	20,7	22,3	35,6	40,5
$y_i$	1200	1820	950	760	129	650	1450	2100

1. Построить корреляционное поле. Выдвинуть предположение о характере статистической зависимости между переменными  $X$  и  $Y$ .

2. Найти параметры линейного уравнения регрессии  $\hat{y}_i = bx_i + a$ . Поясните экономический смысл выборочного коэффициента регрессии.

Доцент \_\_\_\_\_ О. В. Блейхер



**1. Теоретический вопрос**

Дайте вывод уравнений для оценок коэффициентов модели парной линейной регрессии по методу наименьших квадратов.

**2. Практический вопрос**

В результате исследования зависимости среднедневной заработной платы  $Y$  от среднедушевого прожиточного минимума в день одного трудоспособного  $X$  по  $n$  территориям региона было получено линейное уравнение регрессии  $\hat{y} = bx + a$ . Исследуйте остатки данного уравнения регрессии на гетероскедастичность с помощью теста Голдфелда-Квандта на уровне значимости  $\alpha = 0.01$ , если остаточные суммы квадратов для первой и второй групп соответственно равны  $S_1 = 0,07$  и  $S_2 = 0,92$ ; число степеней свободы остаточных сумм квадратов равны  $k_1 = k_2 = k = 6$ .

Доцент \_\_\_\_\_ О. В. Блейхер

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Российско-Армянский (Славянский) университет  
Институт экономики и бизнеса  
Кафедра математических методов и информационных технологий в экономике и бизнесе

### 1. Теоретический вопрос

Сформулируйте основные теоретические предпосылки (гипотезы), на основе которых строится модель линейной регрессии (условия Гаусса-Маркова). Поясните роль и значение каждой предпосылки.

### 2. Практический вопрос

Методом наименьших квадратов для данных, представленных в таблице, найти линейную зависимость  $y = ax + b$

Данные

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_i$	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y_i$	-11,47	-7,59	-4,32	-0,41	3,01	6,91	10,12	14,08

Доцент \_\_\_\_\_ О. В. Блейхер

3.

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Российско-Армянский (Славянский) университет  
Институт экономики и бизнеса  
Кафедра математических методов и информационных технологий в экономике и бизнесе

**1. Теоретический вопрос**

Что такое доверительные интервалы для коэффициентов регрессии и метод их построения.

**2. Практический вопрос**

Прибыль фирмы за некоторый период деятельности по годам приведена ниже:

Год $t$	1	2	3	4	5
Прибыль $\pi$	3,9	4,9	3,4	1,4	1,9

- 1) Составьте линейную зависимость прибыли по годам деятельности фирмы.
- 2) Определите ожидаемую прибыль для 6-го года деятельности. Сделайте чертеж.

Доцент                      О. В. Блейхер

4.

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Российско-Армянский (Славянский) университет  
Институт экономики и бизнеса  
Кафедра математических методов и информационных технологий в экономике и бизнесе

### 1. Теоретический вопрос

Сущность процедуры проверки статистических гипотез относительно коэффициентов регрессии.

### 2. Практический вопрос

ЗАДАНИЕ. Экспериментальные данные о значениях переменных  $x$  и  $y$  приведены в таблице:

$x_i$	1	2	4	6	8
$y_i$	3	2	1	0,5	0

В результате их выравнивания получена функция  $y = \frac{5}{2x}$ . Используя метод наименьших квадратов, аппроксимировать эти данные линейной зависимостью  $y = ax + b$  (найти параметры  $a$  и  $b$ ). Выяснить, какая из двух линий лучше (в смысле метода наименьших квадратов) выравнивает экспериментальные данные. Сделать чертеж.

Доцент О. В. Блейхер

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Российско-Армянский (Славянский) университет  
Институт экономики и бизнеса  
Кафедра математических методов и информационных технологий в экономике и бизнесе

### 1. Теоретический вопрос

Сформулируйте критерии проверки адекватности модели.

### 2. Практический вопрос

Данные наблюдений над случайной двумерной величиной  $(X, Y)$  представлены в корреляционной таблице. Методом наименьших квадратов найти выборочное уравнение прямой регрессии  $Y$  на  $X$ .

X	Y					n <sub>x</sub>
	10	20	30	40	50	
3	7	-	-	-	-	7
8	11	5	-	-	-	16
13	-	19	15	5	-	39
18	-	3	15	6	1	25
23	-	-	2	4	4	10
28	-	-	-	-	3	3
n <sub>y</sub>	18	27	32	15	8	100

Доцент \_\_\_\_\_ О. В. Блейхер

<p>Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования          Российско-Армянский (Славянский) университет          Институт экономики и бизнеса          Кафедра математических методов и информационных технологий в экономике и бизнесе</p>																
<p><b>1. Теоретический вопрос</b></p> <p>Коэффициент детерминации.</p>																
<p><b>2. Практический вопрос</b></p> <p>Считая, что зависимость между переменными <math>x</math> и <math>y</math> имеет вид <math>y = ax^2 + bx + c</math>, найти оценки параметров <math>a</math>, <math>b</math> и <math>c</math> методом наименьших квадратов по выборке:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>7</td> <td>31</td> <td>61</td> <td>99</td> <td>129</td> <td>178</td> <td>209</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>13</td> <td>10</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>12</td> <td>20</td> <td>26</td> </tr> </table>	$x$	7	31	61	99	129	178	209	$y$	13	10	9	10	12	20	26
$x$	7	31	61	99	129	178	209									
$y$	13	10	9	10	12	20	26									
<p>Доцент <u>                    </u> О. В. Блейхер</p>																

**4.1.** Банк тестовых заданий для самоконтроля

1. Что такое регрессия?
  - а) Уравнение, связывающее зависимую и независимую переменные
  - б) Метод решения уравнений
  - в) Статистическая таблица
2. Что оценивается в модели регрессии?
  - а) Среднее значение ошибки
  - б) Связь между переменными
  - в) Стандартное отклонение
3. Метод, используемый для оценки параметров в CLR:
  - а) Метод наибольшего правдоподобия
  - б) Метод наименьших квадратов (МНК)
  - в) Метод моментов
4. Какой признак характерен для МНК-оценок в CLR?
  - а) Они смещены
  - б) Они неэффективны
  - в) Они являются несмещенными и эффективными при выполнении предпосылок
5. Какова экономическая интерпретация коэффициента при регрессоре?
  - а) Изменение зависимой переменной при изменении регрессора на единицу
  - б) Среднее значение регрессора
  - в) Стандартное отклонение ошибки
6. Теорема Гаусса-Маркова утверждает, что МНК-оценки:
  - а) Имеют наименьшую дисперсию среди линейных несмещённых оценок
  - б) Всегда смещены
  - в) Неэффективны
7. Условие применения МНК:
  - а) Случайные ошибки должны быть автокоррелированы

- б) Ошибки должны иметь нулевое математическое ожидание и одинаковую дисперсию
  - в) Ошибки должны зависеть от регрессоров
8. Какой статистический тест используется для проверки значимости коэффициента?
- а) Z-тест
  - б) F-тест
  - в) t-тест
9. Что показывает коэффициент детерминации  $R^2$ ?
- а) Степень автокорреляции остатков
  - б) Долю вариации зависимой переменной, объясненную моделью
  - в) Дисперсию ошибок
10. Что происходит при пропущенной значимой переменной в регрессии?
- а) Возникает смещение оценок
  - б) Увеличивается  $R^2$
  - в) Уменьшается стандартная ошибка
11. Гетероскедастичность — это:
- а) Изменение среднего ошибки
  - б) Неравенство дисперсий ошибок для разных наблюдений
  - в) Корреляция ошибок
12. Тест для выявления гетероскедастичности:
- а) Тест Дарбина-Уотсона
  - б) Тест Уайта
  - в) Тест Шапиро-Уилка
13. Метод для устранения гетероскедастичности:
- а) Использование CUSUM теста
  - б) Применение взвешенного МНК
  - в) Логарифмирование переменных
14. Что такое автокорреляция?
- а) Корреляция между ошибками разных наблюдений
  - б) Корреляция между регрессорами
  - в) Ошибки распределены нормально
15. Какой тест используют для выявления автокорреляции?
- а) Тест Дарбина-Уотсона
  - б) Тест Уайта
  - в) F-тест
16. Что используют для корректировки автокорреляции первого порядка?
- а) Тест Шапиро-Уилка
  - б) Метод Кокрейна-Оркутта
  - в) WLS
17. Тест CUSUM используется для:
- а) Выявления гетероскедастичности
  - б) Проверки стабильности модели
  - в) Проверки нормальности остатков
18. При добавлении незначимой переменной в модель:
- а)  $R^2$  всегда снижается
  - б) Оценки становятся смещёнными
  - в)  $R^2$  увеличивается, но значимость переменной мала
19. Основной критерий качества модели в CLR:
- а) Высокое значение  $R^2$

- б) Минимальное значение ошибки
  - в) Количество переменных
20. Что может свидетельствовать о неправильной спецификации модели?
- а) Высокий  $R^2$
  - б) Систематические паттерны в остатках
  - в) Незначимость t-статистики
21. Пример нелинейной модели, приводимой к линейной:
- а) Логлинейная модель
  - б) Logit-модель
  - в) Пробит-модель
22. Какой метод обычно используется для оценки нелинейных моделей?
- а) МНК
  - б) Метод максимального правдоподобия
  - в) Тест Дарбина-Уотсона
23. Проблема leverage связана с:
- а) Влиянием выбросов на оценку параметров
  - б) Автокорреляцией остатков
  - в) Выбором переменных
24. Logit и probit модели используются для:
- а) Панельных данных
  - б) Непрерывных зависимых переменных
  - в) Бинарных зависимых переменных
25. В logit модели коэффициенты интерпретируются через:
- а) Отношение шансов
  - б) Линейное изменение  $Y$
  - в) Сигмовидную кривую
26. Модель Tobit используется для:
- а) Дискретных многозначных переменных
  - б) Урезанных и цензурированных выборок
  - в) Панельных данных
27. Пуассоновская регрессия применяется к:
- а) Счётным данным
  - б) Бинарным переменным
  - в) Панельным данным
28. Панельные данные включают:
- а) Одномоментные наблюдения
  - б) Повторные наблюдения по одним и тем же единицам во времени
  - в) Только кросс-секцию
29. Тест Хаусмана применяется для выбора между:
- а) Logit и probit моделями
  - б) FE и RE моделями
  - в) CLR и нелинейными моделями
30. FE модель предполагает:
- а) Отсутствие индивидуальных эффектов
  - б) Корреляцию индивидуальных эффектов с регрессорами
  - в) Независимость эффектов
31. RE модель предполагает:
- а) Отсутствие индивидуальных эффектов

- б) Корреляцию индивидуальных эффектов с регрессорами
  - в) Независимость эффектов от регрессоров
32. Первым шагом в анализе данных является:
- а) Построение модели
  - б) Описание и визуализация данных
  - в) Проверка гипотез
33. Ключевым этапом анализа является:
- а) Проверка значимости коэффициентов
  - б) Случайное удаление данных
  - в) Увеличение числа регрессоров
34. Для анализа экономических данных часто используется:
- а) Excel, STATA, EViews
  - б) Paint
  - в) Word
35. Для проверки гипотез о значимости группы переменных используется:
- а) Z-тест
  - б) F-тест
  - в) t-тест
36. При нарушении предпосылок МНК оценки могут стать:
- а) Несмещенными
  - б) Неэффективными
  - в) Более точными
37. Если  $R^2$  низкое, это может указывать на:
- а) Высокую значимость модели
  - б) Низкую объясняющую способность модели
  - в) Наличие автокорреляции
38. Проверка модели включает:
- а) Только расчет  $R^2$
  - б) Проверку гипотез, анализ остатков, тесты на спецификацию
  - в) Построение графика
39. Если переменные в модели мультиколлинеарны:
- а) МНК-оценки будут смещены
  - б) Дисперсии оценок могут увеличиться
  - в) Модель будет более точной
40. Цель эконометрического анализа данных — это:
- а) Прогнозирование и выявление связей между переменными
  - б) Построение таблиц
  - в) Сбор данных

**4.2.** Методики решения и ответы к образцам тестовых заданий

- 1 а
- 2 б
- 3 б
- 4 в
- 5 а
- 6 а
- 7 б
- 8 в
- 9 б

10 а  
11 б  
12 б  
13 б  
14 а  
15 а  
16 б  
17 б  
18 в  
19 а  
20 б  
21 а  
22 б  
23 а  
24 в  
25 а  
26 б  
27 а  
28 б  
29 б  
30 б  
31 в  
32 б  
33 а  
34 а  
35 б  
36 б  
37 б  
38 б  
39 б  
40 а

## **5. Методический блок**

### **5.1. Методика преподавания**

Курс реализуется с использованием комбинированного метода обучения, сочетающего лекционные занятия, практические занятия, лабораторные работы и самостоятельную работу студентов. Лекции направлены на изложение теоретических основ, формирование понятийного аппарата и раскрытие экономического смысла используемых методов и моделей.

Практические занятия проводятся в компьютерных классах с использованием программ Excel, что позволяет студентам закрепить теоретические знания на прикладных заданиях с реальными и учебными наборами данных, формировать навыки интерпретации и анализа эконометрических моделей.

В процессе обучения используются объяснительно-иллюстративный метод (лекции с презентациями, схемами, демонстрацией работы в программном обеспечении), продуктивный метод (решение практических задач, кейсов, выполнение расчетных работ), а также интерактивные технологии (работа в малых группах, разбор типичных ошибок, обсуждение экономических интерпретаций моделей).

Особое внимание уделяется формированию компетенций анализа данных и интерпретации результатов, а также развитию критического мышления студентов при выборе моделей, оценке их качества и проведении диагностики.

Студенты выполняют самостоятельные задания, включающие решение задач и кейсов по основным темам, подготовку аналитических отчетов по анализу данных, выполнение тестовых заданий для текущего контроля.

Текущий и итоговый контроль реализуется через тестирование, решение комплексных практических заданий и экзамена с практической частью, включающей построение и интерпретацию эконометрической модели.