


**ГОУ ВПО Российско-Армянский (Славянский)
университет**

Утверждено
Директор Института
Математики и Информатики
Дарбинян А.А.
«18» июня 2024, протокол №15



УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины: Алгебра и геометрия

Автор (ы) д.ф.-м.н., профессор Атабекян Варужан Сергеевич
Ф.И.О, ученое звание (при наличии), ученая степень (при наличии)

**Направление подготовки: «Прикладная математика и информатика»
01.03.02**

1. АННОТАЦИЯ

1.1. Краткое описание содержания данной дисциплины;

Алгебра издревле составляла существенную часть математики. Современная алгебра определяется как наука об алгебраических операциях, выполняемых над элементами различных множеств. Сами алгебраические операции выросли из элементарной арифметики. В свою очередь на основе алгебраических соображений получаются наиболее естественные доказательства многих фактов из теории чисел.

Но значение алгебраических структур – множеств с алгебраическими операциями, далеко выходит за рамки теоретико-числовых применений. Многие математические объекты (топологические пространства, дифференциальные уравнения, функции нескольких комплексных переменных и др.) изучаются путем построения надлежащих алгебраических структур, отражающих их существенные стороны. Алгебраические средства весьма полезны при исследовании элементарных частиц в квантовой механике, свойств твердого тела и кристаллов, при анализе модельных задач экономики при конструировании современных компьютеров, в программировании и т.д.

1.2. Трудоемкость в академических кредитах и часах, формы итогового контроля (экзамен/зачет)

Кредиты - 13, общая трудоемкость изучения дисциплины -468 часов, форма итогового контроля: экзамен.

1.3. Взаимосвязь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности

Элементы теории множеств, теории булевых функций, школьный курс арифметики.

1.4. Результаты освоения программы дисциплины:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенций	Наименование индикатора достижений компетенций
ПК-2	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК- 2.1 ПК- 2.2 ПК- 2.3	Знать основные современные методы математического аппарата, их сильные и слабые стороны

			<p>Уметь применять основные современные методы математического моделирования в программах</p> <p>Владеть опытом в определении направления их усовершенствования</p>
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК- 1.1</p> <p>УК- 1.2</p> <p>УК- 1.3</p>	<p>"Знает как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации для решения поставленных профессиональных задач"</p> <p>"Умеет применять системный подход на основе поиска, критического анализа и синтеза информации для решения задач профессиональной области"</p> <p>"Владеет навыками поиска, синтеза и критического анализа информации в своей профессиональной области; владеет системным подходом для решения поставленных задач"</p>
УК-2		<p>УК- 2.1</p> <p>УК- 2.2</p> <p>УК- 2.3</p>	<p>"Знает подходы в постановке задач для достижения поставленной цели, обладает знаниями в выборе оптимальных способов их решения"</p>

			<p>"Умеет, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений, выбирать оптимальные способы решения задач в профессиональной области для достижения поставленной цели"</p> <p>"Владеет навыками определения круга профессиональных задач в рамках поставленной цели; выбором оптимальных способов их решения с учетом действующих правовых норм и имеющихся ресурсов"</p>

2. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

2.1. Цели и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины является изучение некоторых основных понятий алгебры, геометрии и теории чисел, обобщения классических понятий для колец главных идеалов, ознакомление с понятиями группы и ее графа Келли, конечных полей и минимальных подполей, а также с некоторыми классическими алгоритмическими вопросами алгебры и теории чисел, повышение уровня знаний и умений в области алгебры и геометрии. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы (в академических часах и зачетных единицах). После прохождения дисциплины студент должен знать основные определения и теоремы курса, уметь решать системы линейных уравнений, вычислять определители,

применять векторные методы в аналитической геометрии и линейной алгебре, работать с векторными пространствами, группами, классическими полями, кольцами, в частности - кольцами матриц и кольцом многочленов, работать с линейными преобразованиями, находить жорданову форму линейного преобразования над \mathbb{C} , приводить квадратичную форму к диагональному виду, применять методы аналитической геометрии и алгебры к решению задач смежных дисциплин; владеть основными понятиями аналитической геометрии и линейной алгебры, способами составления уравнений геометрических фигур, основами теории систем линейных уравнений, определителей, теории многочленов, линейных пространств и линейных преобразований, квадратичных форм, основами теории групп, колец и классических полей.

Виды учебной работы	Всего, в акад. часах			
		Распределение по семестрам		
		1	2	3
1. Общая трудоемкость изучения дисциплины по семестрам, в т. ч.:	468	180	144	144
1.1. Аудиторные занятия, в т. ч.:	282			
1.1.1. Лекции	138	52	52	34
1.1.2. Практические занятия, в т. ч.	144	52	52	34
1.1.2.1. Обсуждение прикладных проектов				
1.1.2.2. Кейсы				
1.1.2.3. Деловые игры, тренинги				
1.1.2.4. Контрольные работы				
1.1.3. Семинары				
1.1.4. Лабораторные работы				
1.1.5. Другие виды аудиторных занятий				
1.2. Самостоятельная работа, в т. ч.:	96	38	11	47
1.2.1. Подготовка к экзаменам				
1.2.2. Другие виды самостоятельной работы, в т.ч. (можно указать)				
1.2.2.1. Письменные домашние задания				
1.2.2.2. Курсовые работы				
1.2.2.3. Эссе и рефераты				
1.3. Консультации				
1.4. Другие методы и формы занятий (контроль)	90	36	27	27
1.3 Кредиты	13	5	4	4
Итоговый контроль (Экзамен, Зачет, диф.	экзаме	экзаме	экзаме	экзаме

зачет/указать)	н	н	н	н
----------------	---	---	---	---

2.2. Содержание дисциплины

2.2.1. Тематический план и трудоемкость аудиторных занятий (модули, разделы дисциплины и виды занятий) по рабочему учебному плану

Разделы и темы дисциплины	Всего ак. часов	Лекции и, ак. часов	Практ. занятия, ак. часов	Семинары, ак. часов	Лабор, ак. часов	Другие виды занятий, ак. часов
Модуль 1. Системы линейных уравнений. Перестановки и подстановки.		10	10			
Раздел 1. Системы линейных уравнений.						
Тема 1.1. Системы линейных уравнений. Прямоугольные матрицы.		4	4			
Тема 1.2. Приведение матриц и систем линейных уравнений к ступенчатому виду. Метод Гаусса.		2	2			
Раздел 2. Перестановки и подстановки						
Тема 2.1. Перестановки и подстановки, их количество и четность. Транспозиции, циклы. Функция знака подстановки.		4	4			
Модуль 2. Матрицы и определители.		22	22			
Тема 1.1. Формула определителя и его простейшие свойства.		4	4			
Тема 1.2. Разложение определителя по строке и по столбцу.		2	2			
Раздел 2. Ранг матрицы						
Тема 2.1. Линейная зависимость и независимость строк или столбцов.		2	2			
Тема 2.2. Ранг системы векторов.		4	4			
Тема 2.3. Теорема о ранге матрицы.		2	2			
Тема 2.4. Теорема Кронекера–Капелли.		1	1			
Раздел 3. Умножение матриц						
Тема 3.1. Ассоциативность умножения матриц.		1	1			
Тема 3.2. Определитель		2	2			

произведения матриц.						
Тема 3.3. Формула обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы элементарными образованиями. Теорема Крамера.		4	4			
Модуль 3. Поле комплексных чисел и кольцо многочленов.		22	22			
Тема 1.1. Построение поля комплексных чисел.		2	2			
Тема 1.2. Тригонометрическая форма комплексных чисел.		2	2			
Тема 1.3. Возведение в степень и извлечение корня.		2	2			
Раздел 2. Кольца целых чисел и многочленов						
Тема 2.1. Понятие делимости в кольцах целых чисел и многочленов, простые элементы.		4	4			
Тема 2.2. Деление с остатком.		2	2			
Тема 2.3. Наибольший общий делитель, алгоритм Евклида.		2	2			
Тема 2.4. Однозначность разложения на простые множители.		2	2			
Раздел 3. Корни многочленов						
Тема 3.1. Теорема Безу. Кратность корня, ее понижение при дифференцировании.		4	4			
Тема 3.2. Неприводимые многочлены с комплексными и действительными коэффициентами.		2	2			
Модуль 1. Векторы на плоскости и в пространстве. Плоскость и прямая в пространстве.		26	26			
Раздел 1. Векторы и точки на плоскости и в пространстве.						
Тема 1.1. Операции над векторами. Линейная зависимость и независимость, коллинеарность и компланарность.		2	2			
Тема 1.2. Базисы, аффинная система координат. Координаты векторов и точек. Длина вектора и расстояние между точками.		1	1			
Тема 1.3. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов.		3	3			
Тема 1.4. Смешанное произведение		2	2			

векторов.						
Раздел 2. Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве.						
Тема 2.1. Различные виды уравнения прямой на плоскости.		2	2			
Тема 2.2. Различные виды уравнения плоскости в пространстве.		2	2			
Тема 2.3. Взаимное расположение прямых и плоскостей.		2	2			
Раздел 3. Линейные пространства						
Тема 3.1. Линейные пространства. Линейная зависимость векторов.		3	3			
Тема 3.2 Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Изоморфизм линейных пространств.		3	3			
Тема 3.3 Подпространства линейного пространства, линейные оболочки, действия над пространствами.		3	3			
Тема 3.4 Ранг системы векторов. Связь между рангом и размерностью.		3	3			
Модуль 2. Линейные отображения векторных пространств, Жорданова нормальная форма.		12	12			
Раздел 1. Линейные отображения векторных пространств,						
Тема 1.1 Линейные отображения векторных пространств. Образ и ядро линейного отображения.		2	2			
Тема 1.2 Алгебра линейных операторов векторного пространства. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к другому базису.		2	2			
Раздел 2. Жорданова нормальная форма.						
Тема 2.1. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен.		2	2			
Тема 2.2. Теорема Гамильтона - Кэли. Минимальный		1	1			

аннулирующий многочлен.						
Тема 2.3 Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств линейного оператора.		2	2			
Тема 2.4 Существование и единственность жордановой нормальной формы комплексной матрицы.		3	3			
Модуль 3. Билинейные и квадратичные формы. Кривые и поверхности второго порядка.		14	14			
Раздел 1. Билинейные и квадратичные формы.						
Тема 1.1. Билинейные функции и формы, их матрицы. Симметрические и кососимметрические билинейные функции и формы.		1	1			
Тема 1.2. Приведение квадратичных форм к каноническому виду. Закон инерции		3	3			
Тема 1.3 Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра..		3	3			
Тема 1.4. Евклидово пространство. Процесс ортогонализации Грама - Шмидта, ортонормированные базисы.		2	2			
Раздел 2. Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка.						
Тема 2.1. Кривые второго порядка, их классификация.		2	2			
Тема 2.2. Поверхности второго порядка, их классификация.		3	3			
Модуль 1. Основные факты о строении групп		14	14			
Тема 1.1. Группы, подгруппы, изоморфизм групп. Теорема Кэли. Теорема Лагранжа.		4	4			
Тема 1.2. Порядок элемента, циклические Группы и их подгруппы.		3	3			
Тема 1.3 Нормальные подгруппы.		4	4			

Фактор группа. Теорема о гомоморфизмах групп.						
Тема 1.4 Действие группы на множестве. Стационарные подгруппы и орбиты.		3	3			
Модуль 2. Идеалы колец, фактор кольца		14	14			
Тема 2.1. Идеалы колец, Фактор кольцо. Теорема о гомоморфизмах колец.		3	3			
Тема 2.2. Простые и максимальные идеалы..		4	4			
Тема 2.3. Теоремы Ферма и Эйлера. Функция Эйлера. Китайская теорема.		4	4			
Модуль 3. Характеристика поля. Простые подполя.		10	10			
Тема 1.1 Характеристика поля. Простые поля. Простое алгебраическое расширение полей.		4	4			
Тема 1.2. Поле разложение многочлена. Конечные поля.		6	6			

2.2.2. Краткое содержание разделов дисциплины в виде тематического плана

Модуль 1.

1. Системы линейных уравнений. Прямоугольные матрицы. Приведение матриц и систем линейных уравнений к ступенчатому виду. Метод Гаусса.
2. Перестановки и подстановки конечного множества, знак подстановки (четность), знакопеременная группа, разложение подстановки в произведение транспозиций и независимых циклов.

Модуль 2.

3. Определитель квадратной матрицы, его основные свойства. Формула разложения определителя матрицы по строке (столбцу). Определитель Вандермонда.
4. Операции над матрицами и их свойства. Определитель произведения матриц Ассоциативность умножения матриц. Дистрибутивность. Определитель произведения квадратных матриц. Обратная матрица, ее явный вид (формула), способ выражения с помощью элементарных преобразований строк. Связь элементарных преобразований матриц с умножением на элементарные матрицы. Теорема Крамера о системах линейных уравнений с квадратной матрицей.
5. Линейная зависимость строк (столбцов). Основная лемма о линейной зависимости, база и ранг системы строк (столбцов). Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Критерий совместности и определенности системы линейных уравнений в терминах рангов матриц.

Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Теорема о ранге произведения двух матриц.

6. Поле комплексных чисел, геометрическое изображение, алгебраическая и тригонометрическая форма записи, извлечение корней, корни из единицы. Теорема Гаусса об алгебраической замкнутости поля комплексных чисел.

7. Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Возможность и единственность деления на ненулевой многочлен с остатком. Наибольший общий делитель двух многочленов, его выражение через многочлены, алгоритм Евклида. Факториальность кольца многочленов и кольца целых чисел. Неприводимые многочлены над вещественным и комплексным полями. Формулы Виета.

8. Корни многочлена. Формальная производная, ее свойства, снижение кратности неприводимого множителя (корня) при дифференцировании. Интерполяционный многочлен, формула Лагранжа и метод Ньютона для его построения. Поле рациональных дробей. Представление правильной рациональной дроби в виде суммы простейших дробей, случай вещественного и комплексного полей.

Линейные пространства.

Модуль 1.

1. Векторы и точки на плоскости и в пространстве. Операции над векторами. Линейная зависимость и независимость, коллинеарность и компланарность. Базисы, аффинная система координат. Координаты векторов и точек. Длина вектора и расстояние между точками. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Различные виды уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей.

2. Линейные пространства. Линейная зависимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Переход от одного базиса к другому, матрица перехода, связь между координатами вектора в разных базисах. Изоморфизм линейных пространств одинаковой размерности.

3. Подпространства линейного пространства, линейные оболочки, действия над пространствами: пересечение, объединение, сумма. Прямая сумма линейных подпространств. Фактор пространство. Изоморфизм линейных пространств.

Модуль 2.

4. Линейные отображения векторных пространств. Образ и ядро линейного отображения. Размерность ядра и образа. Критерий инъективности. Матричное задание. Сопряженное линейное пространство, дуальные базисы. Второе сопряженное пространство, канонический изоморфизм.

5. Алгебра линейных операторов векторного пространства. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к другому базису. Определитель, след и ранг линейного оператора. Обратимость и невырожденность.
6. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен и характеристические корни. Теорема Гамильтона - Кэли. Минимальный аннулирующий многочлен, спектр и условия диагонализруемости линейного оператора.
7. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств линейного оператора. Существование и единственность жордановой нормальной формы комплексной матрицы.
8. Билинейные функции и формы, их матрицы. Ранг билинейной функции. Симметрические и кососимметрические билинейные функции и формы. Положительно определенные квадратичные функции. Квадратичные функции и формы, их матрицы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Лагранжа. Закон инерции для вещественных квадратичных форм. Метод Якоби. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
9. Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка. Кривые второго порядка, их классификация. Поверхности второго порядка, их классификация.
10. Евклидово пространство. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта, ортонормированные базисы. Ортогональное дополнение линейного подпространства. Метрический изоморфизм Евклидовых пространств одинаковой размерности. Определитель Грамма. Неравенство Коши-Буняковского. Геометрия евклидовых пространств: расстояния, углы, объемы.

Абстрактная алгебра

Модуль 1.

1. Группы, подгруппы, изоморфизм групп. Порядок элемента. Циклические группы, их подгруппы. Изоморфизм циклических групп одинакового порядка. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа о группах и ее следствия. Порождающие множества. Порождающие множества симметрических, знакопеременных и линейных групп. Теорема Кэли о представлении группы подстановками.
2. Нормальные подгруппы. Фактор группа. Гомоморфизмы групп. Теорема о гомоморфизмах групп.
3. Действие группы на множестве. Стационарные подгруппы и орбиты. Классы сопряженных элементов группы.

Модуль 2.

1. Идеалы колец, Фактор кольцо. Теорема о гомоморфизмах колец.
2. Простые и максимальные идеалы. Кольцо целых гауссовых чисел.
3. Теорема Ферма. Теорема Вильсона. Функция Эйлера. Китайская теорема об остатках.
4. Характеристика поля. Простые подполя. Простое алгебраическое расширение полей.

5. Поле разложение многочлена. Конечные поля.

2.2.3. Краткое содержание семинарских/практических занятий/лабораторного практикума

Лекционные занятия по алгебре и геометрии: Изучение основных тем алгебры, включая линейную алгебру, теорию групп, кольца и поля, а также геометрические концепции, включая аналитическую. Применение алгебраических методов для решения задач по аналитической геометрии.

Практические занятия по алгебре и геометрии: Решение практических задач на основе конкретных концепций линейной и абстрактной алгебры и аналитической геометрии. Применение алгебраических методов для решения геометрических задач, включая нахождение уравнений прямых, плоскостей, кривых и поверхностей. Использование геометрических методов для анализа алгебраических структур и решения задач по линейной и абстрактной алгебре.

2.2.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Проектор

2.3. Модульная структура дисциплины с распределением весов по формам контролей

Формы контролей	Весы форм текущих контролей в результирующих оценках текущих контролей	Весы форм промежуточных контролей в оценках промежуточных контролей	Весы оценок промежуточных контролей и результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей	Весы итоговых оценок промежуточных контролей в результирующей оценке промежуточных контролей	Весы результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля
------------------------	---	--	---	---	--

										ей	
Вид учебной работы/контроля	М1¹	М2	М3	М1	М2	М3	М1	М2	М3		
Контрольная работа					1	1					
Тест											
Курсовая работа											
Лабораторные работы											
Письменные домашние задания		1	1								
Реферат											
Эссе											
<i>Другие формы (Указать)</i>											
<i>Другие формы (Указать)</i>											
Весы результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей								0.5	0.5		
Весы оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей								0.5	0.5		
Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей											
Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей										0.5	

¹ Учебный Модуль

оценке промежуточных контролей											
Вес итоговой оценки 3-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей										0.5	
Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля											0.4
Экзамен/зачет (оценка итогового контроля)											0.6 (Экзамен/Зачет)
	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

3. Теоретический блок (указываются материалы, необходимые для освоения учебной программы дисциплины)

Рекомендуемая литература

Винберг Э.Б., Курс алгебры, М., Факториал Пресс, 2001.

Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М., Наука, 1984.

Кострикин А.И., Введение в алгебру, М., Наука, 1977.

Кострикин А.И., Введение в алгебру, ч. I, М., Физико-математическая литература, 2000.

Кострикин А.И., Манин Ю. Линейная алгебра и геометрия. 1982г.

Курош А.Г., Курс высшей алгебры, М., Наука, 1971

Сборник задач по алгебре (под ред. Кострикина А.И.), М., Физико-математическая литература, 2001.

Базовый учебник*

Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М., Наука, 1984.

б) Основная литература

Винберг Э.Б., Курс алгебры, М., Факториал Пресс, 2001.

Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М., Наука, 1984.

Кострикин А.И., Введение в алгебру, М., Наука, 1977.

Курош А.Г., Курс высшей алгебры, М., Наука, 1971

в) Дополнительная литература

Кострикин А.И., Введение в алгебру, ч. I, М., Физико-математическая литература, 2000.

Кострикин А.И., Манин Ю. Линейная алгебра и геометрия. 1982г.
Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре.

4. Фонды оценочных средств).

Планы практических и семинарских занятий

Контрольные работы

Проектные работы

Домашние задания

Устные опросы

5. Методический блок

5.1. Методика преподавания

В основу методики преподавания и обучения положен тезис о том, что формирование профессиональных компетенций осуществляется в полном соответствии с диалектическим законом перехода количественных изменений в качественные. Для создания наилучших условий для действия этого закона, а также мотивации студентов применяются пять принципов: солидарности, объективности, основательности, актуальности и рационального использования времени. Принципы, с изложением их содержания, доводятся до студентов на первой лекции в ходе организационно-методических указаний.

Доступ к электронному курсу лекций избавляет студентов от необходимости тотальной записи излагаемого лекционного материала, что, в свою очередь, создаёт условия для продуктивной мыслительной работы. Текущий контроль осуществляется в ходе практических занятий: по итогам каждого занятия студенты оцениваются по трём составляющим: присутствие, выполнение домашнего задания, активность и проявленные знания в ходе самого занятия.

Итоговый контроль осуществляется в виде устного опроса на основе письменно изложенных студентом ответов на вопросы контрольного билета. Порядок оценивания разъясняется студентам в начале обучения и доводится до них в письменном виде в электронном формате.