

**ГОУ ВПО Российско-Армянский (Славянский)
университет**

Утверждено
Директор Института Арамян Ж.Б.
«14» июля 2025, протокол №6



УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины: Линейная алгебра

Автор (ы) Шахбазян Лилит Гамлетовна

Ф.И.О, ученое звание (при наличии), ученая степень (при наличии)

Направление подготовки: 38.03.01 Экономика

Наименование образовательной программы: Экономика

1. АННОТАЦИЯ

1.1. Дисциплина «Линейная алгебра» предназначена для студентов 1-го курса бакалавриата направления «Экономика», образовательной программы «Экономика».

В содержательную составляющую дисциплины «Линейная алгебра» входят разделы математики, изучающие математические объекты линейной природы, такие как векторные пространства, линейные отображения, системы линейных уравнений и методы их исследования. а также оперирование такими понятиями как векторы, матрицы, определители и другие математические структуры, применяемые для решения различных задач, в том числе экономических.

1.2. Трудоемкость в академических кредитах и часах, формы итогового контроля (экзамен/зачет);

Общая трудоемкость дисциплины составляет **144 академических часа** (4 зачетные единицы), из которых 64 часа отведено на аудиторные занятия, 53 — на самостоятельную работу, и 27 — на другие методы и формы занятий.

Изучение дисциплины проводится во **2 семестре**.

Форма итогового контроля — **экзамен**.

Форма итогового контроля — экзамен в каждом семестре.

1.3. Взаимосвязь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности (направления)

Дисциплина обеспечивает базовую подготовку студентов в области использования средств, методов, моделей математики в смежных дисциплинах, таких как математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика, обыкновенные дифференциальные уравнения, а также в математической обработке исследовательских проектов.

1.4. Результаты освоения программы дисциплины:

Код компетенции (в соответствии рабочим с учебным планом)	Наименование компетенции (в соответствии рабочим с учебным планом)	Код индикатора достижения компетенций (в соответствии рабочим с учебным планом)	Наименование индикатора достижений компетенций (в соответствии рабочим с учебным планом)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и	УК-1.1	Знать основные методы и инструменты поиска информации в различных источниках.
		УК-1.2	Уметь эффективно искать информацию в

	синтез информации, применять системный подход для решений поставленных задач		различных источниках, включая научные базы данных, интернет-ресурсы, библиотеки и архивы.
		УК-1.3	Владеть навыками работы с различными информационными ресурсами и базами данных.
ОПК-5	Способен использовать современные информационные технологии программные средства при решении профессиональных задач	ОПК-5.1	Знать основы информационных технологий и их применения в профессиональной деятельности.
		ОПК-5.2	Уметь эффективно использовать офисные программы для подготовки документов, отчетов и презентаций.
		ОПК-5.3	Владеть навыками работы с операционными системами и основными приложениями.
ПК-1	Способен на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные или адаптированные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты	ПК-1.1	Знать основные концепции и методы экономической теории.
		ПК-1.2	Уметь формулировать экономические гипотезы и задачи для моделирования.
		ПК-1.3	Владеть навыками работы с программным обеспечением для эконометрического анализа (Stata, EViews, R, Python).

2. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

2.1. Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины:

- подготовка студента к восприятию математического аппарата специальных дисциплин, изучение математического аппарата дисциплины для решения поставленных задач с последующим анализом полученных результатов и принятием решения на их основе.

Задачи дисциплины:

- на примерах понятий линейной алгебры продемонстрировать сущность научного подхода, специфику математики, ее роль в развитии других наук;
- научить студентов использовать в профессиональной деятельности знания и методы, полученные при изучении математических дисциплин и приемам исследования и решения, математически формализованных задач;
- выработать умения моделировать реальные процессы с помощью систем уравнений;
- анализировать полученные результаты, привить навыки самостоятельного изучения литературы по математике.

2.2. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы (в академических часах и зачетных единицах) (удалить строки, которые не будут применены в рамках дисциплины)

Виды учебной работы	Всего, в акад. часах	2 сем
1	2	4
1. Общая трудоемкость изучения дисциплины по семестрам, в т. ч.:	144	144
1.1. Аудиторные занятия, в т. ч.:	64	32
1.1.1. Лекции	32	32
1.1.2. Практические занятия, в т. ч.	32	32
1.2. Самостоятельная работа, в т. ч.:	53	53
1.3. Консультации		
1.4. Другие методы и формы занятий	27	27
Итоговый контроль (Экзамен, Зачет, диф. зачет - указать)		Экзамен

2.3. Содержание дисциплины

2.3.1. Тематический план и трудоемкость аудиторных занятий (модули, разделы дисциплины и виды занятий) по рабочему учебному плану

Разделы и темы дисциплины	Всего (ак. часов)	Лекции (ак. часов)	Практ. Занятия (ак. часов)
1	64	32	32
Раздел 1. Элементы линейной алгебры.		10	10

Раздел 2. Элементы векторной алгебры.		20	20
Раздел 3. Комплексные числа и многочлены		2	2
ИТОГО		32	32

2.3.2. Краткое содержание разделов дисциплины в виде тематического плана

Тема 1. Матрицы (2 часа)

Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц и их свойства. Теорема Лапласа. Понятия алгебраического дополнения и минора и связь между ними.

Тема 2. Преобразования матриц (2 часа)

Обратная матрица. Элементарные преобразования матрицы. Теорема о ранге матрицы.

Тема 3. Системы линейных уравнений (2 часа)

Системы линейных уравнений: основные понятия и определения и методы их решения.

Тема 4. Методы решения СЛУ (2 часа)

Метод обратной матрицы и формулы Крамера.

Тема 5. Методы решения СЛУ (2 часа)

Метод Гаусса. Системы m линейных уравнений с n переменными. Теорема Кронекера - Капелли.

Тема 6. Векторы и действия над ними - 4 часа

Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейное пространство геометрических векторов. Понятие линейной комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.

Тема 7. Линейные пространства (2 часа)

Понятие базиса пространства геометрических векторов. Координаты вектора. Ортонормированный базис. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.

Тема 8. (2 часа)

Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие ортогональности векторов. Векторное произведение двух векторов, его свойства. Условие коллинеарности векторов

Тема 9 (2 часа)

Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Условие компланарности векторов. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.

Тема 10. (4 часа)

Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису. Преобразование координат вектора при изменении базиса. Линейные операторы, действия с линейными операторами. Собственные векторы и собственные значения матрицы

Тема 11. (2 часа)

Евклидовы линейные пространства. Неравенство Коши – Буняковского.

Тема 12. Квадратичная форма (2 часа)

Определение квадратичной формы. Знакоопределенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра

Тема 13. Возведение матрицы в n -ую степень (2 часа)

Методы возведения матрицы в степень.

Тема 14. Комплексные числа (2 часа)

Комплексные числа и многочлены Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Разложение многочлена на множители, основная теорема алгебры

2.3.3. Краткое содержание семинарских/практических занятий/лабораторного практикума

Матрицы и определители (Тема1 , Тема2) – 4 часа

Выполнение операций над матрицами. Методы вычисления определителей. Нахождение матрицы, обратной данной. Ранг матрицы, методы вычисления ранга матрицы.

Решение систем линейных уравнений (Тема 3 , Тема 4, Тема 5) – 6 часов

Методы решения определенных систем уравнений: метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения систем уравнений. Исследование систем линейных уравнений.

Векторная алгебра и ее приложения (Тема 6 , Тема 7, Тема 8, Тема 9 , Тема 10, Тема 11, Тема 12, Тема 13) - 20 часов

Векторы, основные понятия. Базис. Координаты вектора относительно базиса. Линейные операции над векторами. Скалярное, смешанное и векторное умножение векторов. Линейное пространство. Линейный оператор. Линейно зависимые системы векторов и их свойства. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства. Линейный оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Определение квадратичной формы. Знакоопределенность квадратичной формы. Использование критерия Сильвестра. Возведение матрицы в степень.

Комплексные числа (Тема 14) - 2 часа

Комплексные числа и многочлены. Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Разложение многочлена на множители, использование основной теоремы алгебры.

2.3.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины

При освоении учебной дисциплины используются аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения, для проведения лекционных и практических занятий, для демонстрации домашнего задания, выполняемого студентами самостоятельно. Материально-техническая база обеспечивает проведение всех видов, дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, лабораторной, практической и научно-исследовательской работы обучающихся, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам. Самостоятельная работа студентов осуществляется в помещениях, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

2.4. Модульная структура дисциплины с распределением весов по формам контролей

Формы контролей	Вес формы (форм) текущего контроля в результирующей оценке текущего контроля (по модулям)		Вес формы промежуточного контроля в итоговой оценке промежуточного контроля		Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей		Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей (семестровой оценке)		Веса результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля	
	М1 ¹	М2	М1	М2	М1	М2				
Вид учебной работы/контроля										
Контрольная работа <i>(при наличии)</i>										
Устный опрос <i>(при наличии)</i>										
Тест <i>(при наличии)</i>										
Лабораторные работы <i>(при наличии)</i>										
Письменные домашние задания <i>(при наличии)</i>										
Реферат <i>(при наличии)</i>										
Эссе <i>(при наличии)</i>										
Проект <i>(при наличии)</i>										
<i>Другие формы (при наличии)</i>										
Веса результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей										
Веса оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей										
Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей										
Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке										

¹ Учебный Модуль

промежуточных контролей								
Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля								
Вес итогового контроля (Экзамен/зачет) в результирующей оценке итогового контроля								
	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

3. Теоретический блок *(указываются материалы, необходимые для освоения учебной*

Материалы по теоретической части курса

Учебники

- Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра: учебник и практикум для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 422 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10169-0. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/442442> (дата обращения: 21.02.2021).
- Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры – М.: Наука, любое издание.
- Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, любое издание.
- Сборник задач по математике для ВТУЗов. Линейная алгебра и основы математического анализа (под редакцией А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича) – М.: Наука, любое издание после 1981.

Учебные пособия

- Скорняков Л.А. Элементы линейной алгебры. Учебное пособие. – М.: Наука, 1980.
- Шевцов Г.С. Линейная алгебра. Учебное пособие. – М.: Гардарики, 1999.

Практический блок

Задачники (практикумы)

- Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре/И.В.Проскуряков.-9-е издание.-М:БИНОМ. Лаборатория знаний,2005-383с.:ил.(Классический университетский учебник)
- Золотаревская Д.И. Сборник задач по линейной алгебре.Изд.2-е,доп.-М.,2004.-184с.

4. Фонды оценочных средств *(указываются материалы, необходимые для проверки уровня знаний в соответствии с содержанием учебной программы дисциплины).*

Итоговый контроль

ВАРИАНТ I

I. Найти определитель

$$A \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$

II. Найти определитель

$$A \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Разложением по строке или столбцу
2. Приведением к треугольному виду

III. Найти определитель

III. Найти определитель

$$A \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

IV. Решить матричное уравнение вида

$$AX + 2E = B * B^T + C AX + 2E = B * B^T + C, где$$

$$A \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

ВАРИАНТ II

I. Найти определитель

$$A \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

II. Найти определитель

$$A \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Разложением по строке или столбцу

2. Приведением к треугольному виду

III. Найти определитель

$$A \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

IV. Решить матричное уравнение вида

$$AX + 2E = B * B^T + C AX + 2E = B * B^T + C, где$$

$$A \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad C \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Методический блок

При освоении дисциплины используются сочетания видов учебной работы с методами и формами активизации познавательной деятельности студентов для достижения запланированных результатов обучения и формирования компетенций. При работе используется диалоговая форма ведения лекций с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов, проблемная лекция, лекция-визуализация, лекция-беседа, лекция-консультация. При проведении практических занятий создаются условия для максимально самостоятельного выполнения заданий. Поэтому при проведении практического занятия проводится экспресс-опрос в устной форме по теоретическому материалу, необходимому для выполнения работы и проверяется правильность выполнения заданий, подготовленных студентом дома. Любое практическое занятие включает самостоятельную проработку теоретического материала и изучение методики решения типичных задач. Некоторые задачи содержат элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала. На практических занятиях используются неигровые имитационные методы обучения: занятия с применением затрудняющих условий, метод группового решения творческих задач. Для самостоятельной работы студентам предполагается самостоятельное решение задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений; выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

5.1.1 Подготовку к каждому семинарскому занятию студент должен начать с ознакомления с проработки текущего материала лекции, а затем изучения основной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. Все основные понятия по изучаемой теме необходимо выучить и сделать записи в конспекте, который целесообразно вести с самого начала изучения дисциплины.

Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы семинара, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий. В зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы семинарское занятие может состоять из трех частей.

Первая часть семинарского занятия – обсуждение теоретических вопросов – проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку теоретических знаний студентов. Примерная продолжительность – 10 минут. Вторая часть – решение практических задач студентов у доски, которые должны. Примерная продолжительность – 20-30 минут.

Семинарское занятие заканчивается подведением итогов. Студентам могут быть объявлены оценки за работу и даны их четкие обоснования. Примерная продолжительность – 5 минут.