

**ГОУ ВПО Российско-Армянский (Славянский)
университет**

Утверждено
Директор Института математики и информатики
Арамян Р.Г.

«21» мая 2025, протокол №9.1

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины: Линейное программирование и выпуклый анализ

Автор: Мелконян В.Г.

Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информатика
Наименование образовательной программы: «Искусственный интеллект и робототехника»

1. АННОТАЦИЯ

1.1. Краткое описание содержания данной дисциплины;

Дисциплина «Линейное программирование и выпуклая оптимизация» посвящена изучению методов оптимизации, в основе которых лежит теория выпуклых множеств и выпуклых функций. В рамках курса рассматриваются задачи линейного программирования, двойственность, условия оптимальности (в том числе условия Каруша-Куна-Таккера), а также численные методы решения выпуклых задач — градиентные методы, метод Ньютона, внутренне-точечные методы. Особое внимание уделяется практическим приложениям в различных областях: экономике, логистике, управлении, машинном обучении и инженерии.

Курс основан на классическом учебнике "**Convex Optimization**" (Stephen Boyd, Lieven Vandenberghe), что обеспечивает глубокое теоретическое и практическое понимание современных методов оптимизации.

1.2. Трудоемкость в академических кредитах и часах, формы итогового контроля (экзамен/зачет);

Курс «Линейное программирование и выпуклая оптимизация» осваивается на 1 курсе магистратуры (1 семестр).

Виды учебной работы	Всего, в акад. часах
Общая трудоемкость изучения курса	64
Аудиторные занятия, в т. ч.:	64
Лекции	32
Практические занятия	28
Самостоятельная работа	4
Итоговый контроль	Экзамен

1.3. Взаимосвязь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности (направления)

Курс «Линейное программирование и выпуклая оптимизация» логически и содержательно связан с такими дисциплинами, как: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Численные методы», «Исследование операций», «Машинное обучение».

1.4. Результаты освоения программы дисциплины:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенций	Наименование индикатора достижений компетенций
УК-3	Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	1	Разрабатывает командную стратегию для достижения поставленной цели
		2	Умеет организовывать и руководить работой команды
		3	Демонстрирует понимание результатов работы команды и личных действий в ней
ОПК-1	Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	1	Имеет представление об основных подходах к решению актуальных задач фундаментальной и прикладной математики
		2	Демонстрирует умение применять математический аппарат для решения задач.
		3	Имеет навыки выбора подходящих методов решения задач фундаментальной и прикладной математики
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	1	Обладает знаниями о существующих математических методах,

			применяемых для решения прикладных задач.
		2	Демонстрирует умение использования математического языка и математической символики, построения цепочки рассуждений, формулировки математических утверждений для решения прикладных задач.
		3	Имеет практический опыт совершенствования и реализации различных математических методов решения прикладных задач
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	1	Формулирует основные теоретические положения в области математического моделирования.
		2	Демонстрирует умения давать содержательную интерпретацию полученных результатов при проведении анализа математических моделей.
		3	Имеет практический опыт разработки и проведения анализа математических моделей при решении задач
ОПК-4	Способен комбинировать и адаптировать существующие	1	Обладает знаниями о существующих

	информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности		информационно коммуникационных технологиях и основных требованиях информационной безопасности.
		2	Демонстрирует умения комбинировать и адаптировать существующие информационно коммуникационные технологии, а также умение учитывать основные требования информационной безопасности при решении прикладных задач
		3	Имеет практический опыт комбинирования и адаптации существующих информационно коммуникационных технологий и учета основных требований информационной безопасности при решении прикладных задач
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	1	Критически анализирует проблемную ситуацию с целью выработки стратегии действий, аргументировано формулирует собственные суждения и оценки

		2	Использует критический анализ, систематизацию и обобщение информации для решения проблемной ситуации
		3	Владеет навыками критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывания стратегии действий
УК-2	Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	1	Определяет этапы жизненного цикла проекта и выстраивает последовательность их реализации
		2	Формулирует проблему, на решение которой направлен проект, грамотно определяет цель проекта.
		3	Проектирует решение конкретных задач проекта, выбирая оптимальный способ их решения.
УК-4	Способен применять современные коммуникативные технологии, в том числе на иностранном(ых) языке(ах), для академического и профессионального взаимодействия	1	Обладает знаниями особенностей и правил личной и профессиональной устной и письменной коммуникации, в том числе на иностранном(ых) языке(ах)

		2	Демонстрирует умение применять современные коммуникативные технологии для академического и профессионального взаимодействия в ситуации устной и письменной коммуникации, в том числе на иностранном(ых) языке(ах)
		3	Имеет навыки академического и профессионального взаимодействия, в том числе на иностранном(ых) языке(ах)
УК-5	Способен анализировать и учитывать разнообразие культур в процессе межкультурного взаимодействия	1	Обладает необходимыми знаниями о разнообразии культур и об основных принципах межкультурного взаимодействия
		2	Демонстрирует умение самостоятельно добывать профессиональные знания с использованием иностранного языка для развития способности межкультурного взаимодействия
		3	Имеет навыки межкультурного

			взаимодействия при выполнении профессиональных задач
УК-6	Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	1	Применяет рефлексивные методы в процессе оценки разнообразных ресурсов, используемых для решения задач самоорганизации и саморазвития
		2	Определяет цели и приоритеты собственной деятельности и способы их достижения
		3	Планирует результаты собственной деятельности с учетом необходимых ресурсов

2. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

2.1. Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины — дать студентам глубокое понимание методов линейного программирования и выпуклой оптимизации, развить навыки формулировки и решения задач оптимизации, необходимых для научной и инженерной деятельности.

Задачи:

- Ознакомить студентов с базовыми понятиями теории выпуклости;
- Научить анализировать выпуклые задачи оптимизации и применять методы двойственности;
- Освоить численные методы решения задач оптимизации;
- Показать применение выпуклой оптимизации в прикладных задачах (управление, логистика, ML).

2.2. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы (в академических часах и зачетных единицах)

Виды учебной работы	Всего, в акад. часах	Распределение по семестрам
		1 сем
1	2	2
1. Общая трудоемкость изучения дисциплины по семестрам, в т. ч.:	64	64
1.1. Аудиторные занятия, в т. ч.:	60	60
1.1.1. Лекции	32	32
1.1.2. Практические занятия, в т. ч.	28	28
1.1.2.1. Обсуждение прикладных проектов	16	16
1.1.2.2. Кейсы	4	4
1.1.2.3. Деловые игры, тренинги	4	4
1.1.2.4. Контрольные работы	4	4
1.2. Самостоятельная работа, в т. ч.:	4	4
1.2.1. Подготовка к экзаменам	2	2
1.2.2. Другие виды самостоятельной работы, в т.ч. (указать)	2	2
1.2.2.1. Письменные домашние задания	1	1
1.2.2.2. Другое (чтение, работа с Python, проектные задачи)	1	1
Итоговый контроль (Экзамен, Зачет, диф. зачет - указать)	Экзамен	Экзамен

2.3. Содержание дисциплины

2.3.1. Тематический план и трудоемкость аудиторных занятий (модули, разделы дисциплины и виды занятий) по рабочему учебному плану

Разделы и темы дисциплины	Всего (ак. часов)	Лекции (ак. часов)	Практ. Занятия (ак. часов)	Семинары (ак. часов)	Лабор. (ак. часов)
1	2=3+4+5+6+7	3	4	5	6
Тема 1. Введение в линейное программирование	16	8	6	2	0

Тема 2. Основы выпуклости: множества и функции	16	8	6	2	0
Тема 3. Задачи линейного программирования: постановка и решение	8	4	4	0	0
Тема 4. Двойственность и условия оптимальности	8	4	4	0	0
Тема 5. Численные методы оптимизации	8	4	4	0	0
Тема 6. Применение выпуклой оптимизации в различных областях	8	4	4	0	0
ИТОГО	64	32	28	4	0

2.3.2. Краткое содержание разделов дисциплины в виде тематического плана

[1] Boyd S., Vandenberghe L. *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.
(Для полноты можно будет позже добавить и другие источники как "Дополнительная литература".)

Тема 1. Введение в линейное программирование

Рассматриваются основные понятия задач оптимизации: допустимое множество, функция цели, типы ограничений. Дается определение линейного программирования (ЛП), примеры прикладных задач, а также обоснование важности и применимости ЛП в инженерии, экономике и логистике.

Литература: [1], главы 1 и 4.1–4.2

Тема 2. Основы выпуклости: множества и функции

Изучаются выпуклые множества и их свойства, линейные и аффинные подпространства, проекции и пересечения. Далее вводятся выпуклые функции, даются их формальные определения и геометрическая интерпретация. Обсуждаются важные примеры выпуклых и невыпуклых функций.

Литература: [1], главы 2.1–2.4, 3.1–3.2

Тема 3. Задачи линейного программирования: постановка и решение

Формулируется стандартная форма задачи ЛП. Рассматривается геометрическая интерпретация решений, симплекс-метод, задачи в канонической форме, преобразование ограничений и замена переменных.

Литература: [1], главы 4.3–4.5

Тема 4. Двойственность и условия оптимальности

Изучаются принципы двойственности: слабая и сильная двойственность, двойственные задачи. Вводятся условия оптимальности Каруша-Куна-Таккера (ККТ), интерпретация лагранжиана и лагранжевых множителей.

Литература: [1], главы 5.1–5.3, 5.5–5.6

Тема 5. Численные методы оптимизации

Рассматриваются методы численного решения выпуклых задач: градиентные методы, метод проекции, метод Ньютона. Обсуждаются скорость сходимости, условия останова и численные трудности.

Литература: [1], главы 9.1–9.6

Тема 6. Применение выпуклой оптимизации в различных областях

Показаны примеры применения методов выпуклой оптимизации в машинном обучении, теории управления, телекоммуникациях, портфельной теории и других направлениях.

Рассматриваются задачи регуляризации, минимизации потерь и оптимального распределения ресурсов.

Литература: [1], главы 4.7, 5.7, 11.1–11.4

2.3.3. Краткое содержание семинарских/практических занятий/лабораторного практикума

Практические занятия направлены на закрепление теоретического материала, освоение методов решения задач линейного и выпуклого программирования, а также развитие навыков численной реализации алгоритмов на языке Python с использованием специализированных библиотек.

Формы проведения занятий:

- Решение задач по темам лекций с разбором решений;
- Индивидуальные и групповые задания;
- Мини-кейсы с прикладными задачами;
- Программная реализация методов оптимизации;
- Обсуждение решений и ошибок студентов.

Примеры тем практических работ:

- Построение и решение задач линейного программирования;
- Проверка выпуклости функций и множеств;
- Применение условий ККТ к конкретным задачам;
- Реализация градиентного метода и метода Ньютона в Python;

2.3.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения занятий по дисциплине используются следующие ресурсы:

- Компьютерный класс с установленным Python 3 и необходимыми библиотеками;
- Проектор или интерактивная панель для демонстрации решений и алгоритмов;
- Доступ к интернету для работы с документацией и онлайн-сервисами;
- Персональные ноутбуки студентов

2.4. еМодульная структура дисциплины с распределением весов по формам контролей

Формы контролей	Вес формы (форм) текущего контроля в результирующей оценке текущего контроля (по модулям)		Вес формы промежуточного контроля в итоговой оценке промежуточного контроля		Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей		Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей (семестровой оценке)		Веса результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля
	M1 ¹	M2	M1	M2	M1	M2			
Вид учебной работы/контроля									
Контрольная работа <i>(при наличии)</i>			0.5	0.5					
Устный опрос <i>(при наличии)</i>									
Тест <i>(при наличии)</i>									
Лабораторные работы <i>(при наличии)</i>									
Письменные домашние задания <i>(при наличии)</i>									
Реферат <i>(при наличии)</i>									
Эссе <i>(при наличии)</i>									
Проект <i>(при наличии)</i>									
<i>Другие формы (при наличии)</i>									
Веса результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей									

¹ Учебный Модуль

Веса оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей								
Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей							0.5	
Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей							0.5	
Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля								0.4
Вес итогового контроля (Экзамен/зачет) в результирующей оценке итогового контроля								0.6
	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

3. Теоретический блок

3.1. Материалы по теоретической части курса

3.1.1. Учебник(и);

- Boyd S., Vandenberghe L. *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004. (Свободно доступен в PDF-формате на сайте автора: <https://web.stanford.edu/~boyd/cvxbook/>)

3.1.2. Учебное(ые) пособие(я);

3.1.3. Курс лекций;

- Авторские лекции преподавателя, составленные на основе учебника Бойда и дополнительных источников.

3.1.4. Краткие конспекты лекций;

- Содержат определения, теоремы, схемы доказательств и примеры.

3.1.5. Электронные материалы (электронные учебники, учебные пособия, курсы и краткие конспекты лекций, презентации PPT и т.п.);

- Ссылки на видеоуроки и тематические лекции (Stanford Online, YouTube-плейлисты по Convex Optimization).

3.1.6. Глоссарий/терминологический словарь;

- PDF-документ с основными терминами курса (английский и русский вариант);
- Включает определения, свойства и краткие примеры.

3.1.7. др. варианты материалов, необходимых для освоения учебной программы дисциплины.

4. Фонды оценочных средств

4.1. Планы практических и семинарских занятий

Практические занятия выстроены в соответствии с логикой теоретического материала и направлены на:

- решение задач по линейному программированию;
- проверку выпуклости функций;
- применение условий оптимальности;
- реализацию алгоритмов в Python.

4.2. Планы лабораторных работ и практикумов

4.3. Материалы по практической части курса

4.3.1. Учебно-методические пособия;

- Конспекты практических занятий с примерами решений;
- Методические указания по работе с библиотекой CVXPY;
- Руководство по реализации градиентных и проекционных методов.

4.3.2. Учебные справочники;

4.3.3. Задачники (практикумы);

- Подборка задач из книги Бойда;
- Авторский задачник по выпуклой оптимизации с ответами;

4.3.4. Наглядно-иллюстративные материалы;

- Графическая иллюстрация выпуклых множеств и функций;

4.3.5. др. виды материалов.

4.4. Вопросы и задания для самостоятельной работы студентов

- Решение теоретических и прикладных задач по теме;
- Анализ и реализация алгоритма на Python;
- Подготовка краткого реферата по одной из тем курса.

4.5. Тематика рефератов, эссе и других форм самостоятельных работ

- Применение выпуклой оптимизации в машинном обучении
- Сравнение метода Ньютона и градиентного спуска
- Интерпретация двойственности в экономических задачах
- Выпуклая оптимизация на графах

4.6. Образцы вариантов контрольных работ, тестов и/или других форм текущих и промежуточных контролей

- 2–3 теоретических вопроса (определения, формулировки условий);
- 2 задачи с ручным решением (линейное программирование, ККТ);
- 1 практическое задание (реализация простого алгоритма или анализ вывода).

4.7. Перечень экзаменационных вопросов

- Понятие выпуклого множества и его свойства
- Выпуклая и строго выпуклая функция
- Постановка задачи линейного программирования
- Геометрическая интерпретация решений ЛП
- Условия ККТ и их применение
- Понятие двойственности. Сильная и слабая двойственность
- Метод градиентного спуска
- Метод Ньютона

4.8. Образцы экзаменационных билетов

Билет №1:

1. Дайте определение выпуклой функции. Приведите пример.
2. Решите задачу ЛП методом симплекс-алгоритма.
3. Задача: реализуйте градиентный шаг для заданной функции.

Билет №2:

1. Определите и прокомментируйте условия ККТ.
2. Сформулируйте двойственную задачу к заданной прямой.
3. Программное задание: выпуклая регрессия в Python.

4.9. Образцы экзаменационных практических заданий

- Задача: реализуйте градиентный шаг для заданной функции.
- Программное задание: выпуклая регрессия в Python.

4.10. Банк тестовых заданий для самоконтроля

- Что из нижеперечисленного является выпуклой функцией?
- Укажите условие, при котором двойственность будет сильной.
- Какое из следующих утверждений верно для метода Ньютона?

4.11. Методики решения и ответы к образцам тестовых заданий

К каждому блоку тестов прилагается:

- методика пошагового анализа решения;
- пояснения по типичным ошибкам;
- эталонные ответы с комментариями.

5. Методический блок

5.1. Методика преподавания

5.1.1. Методические рекомендации для студентов по подготовке к семинарским, практическим или лабораторным занятиям, по организации самостоятельной работы студентов при изучении конкретной дисциплины.

- Перед каждым занятием необходимо ознакомиться с соответствующим разделом лекции и главами учебника (Boyd, главы 2–5).
- Решить рекомендованные задачи к занятию (выдаются заранее).
- Подготовить вопрос(-ы) по непонятным моментам.
- Принести ноутбук с установленным Python и библиотеками numpy, cvxpy, matplotlib (или работать через Google Colab).
- План самостоятельной работы выдается в начале семестра и включает:
 - решение задач по темам курса;
 - выполнение домашних заданий с отчётами (в т.ч. программирование);
 - подготовку к экзамену;
 - написание эссе/рефератов по индивидуальной теме;
- Рекомендуется завести личный блокнот (в бумажной или электронной форме) для формулировок определений, теорем и типовых задач;
- Использование онлайн-ресурсов (например, видео лекции Бойда, интерактивные задачи на convex-optimization.com) поощряется, при условии сохранения самостоятельного подхода.

- Для лучшего понимания материала полезно вручную рисовать графики выпуклых и невыпуклых функций.
- Обращать внимание не только на решение, но и на постановку задач — это ключевой навык курса.
- Вести активные записи на лекциях и задавать вопросы.