

**ГОУ ВПО Российско-Армянский (Славянский)
университет**

Утверждено
Директор Института Математики и Информатики
Арамян Р.Г.



«26» января 2025, протокол № 9/1

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины: Элементы теории операторов

Автор: кан. физ.-мат. наук Туманян А.Г.

Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Наименование образовательной программы: 01.04.02 Математическое моделирование

1. АННОТАЦИЯ

1.1. Краткое описание содержания данной дисциплины

Целями изучения дисциплины «Элементы теории операторов» являются: базовая подготовка студентов в области теории операторов, создание системы знаний об основных методах, понятиях и идеях теории операторов, изучение её взаимосвязи с другими современными математическими теориями.

1.2. Трудоемкость в академических кредитах и часах, формы итогового контроля

Трудоемкость курса составляет 2 академических кредита, что эквивалентно 72 часам (1 академический кредит равен 36 часам). Обучение включает в себя 32 часа практики. Итоговый контроль будет проведен в форме **зачета**

1.3. Взаимосвязь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности

Курс «Элементы теории операторов» базируется на дисциплинах «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Дифференциальные уравнения» и «Математическая физика».

1.4. Результаты освоения программы дисциплины:

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код индикатора достижения компетенций | Наименование индикатора достижений компетенций |
|-----------------|---|---------------------------------------|---|
| ПК-2 | Способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач | ПК-2.1 | Знать теоретические основы и концептуальные модели в научных исследованиях |
| | | ПК-2.2 | Уметь анализировать и разрабатывать концептуальные и теоретические модели для проектной и производственной деятельности |
| | | ПК-2.3 | Владеть глубоким пониманием теоретических |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | подходов и их практического применения в создании новых исследовательских проектов |
|--|--|--|--|

2. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

2.1. Трудоемкость дисциплины и виды учебной работы

| Виды учебной работы | Всего, в акад. часах | Распределение по семестрам | | | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|----------|---------------|-----------|----------|-----------|
| | | — сем | — сем | — 3 сем | — сем. | — сем | — сем. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1. Общая трудоемкость изучения дисциплины по семестрам, в т. ч.: | 32 | | | 32 | | | |
| 1.1. Аудиторные занятия, в т. ч.: | 32 | | | 32 | | | |
| 1.1.1. Лекции | 32 | | | 32 | | | |
| Итоговый контроль | | | | Зачет | | | |

2.2. Содержание дисциплины

2.2.1. Тематический план и трудоемкость аудиторных занятий (модули, разделы дисциплины и виды занятий) по рабочему учебному плану

| Разделы и темы дисциплины | Всего ак. часов | Лекции, ак. часов | Практ. занятия, ак. часов | Семина- ры, ак. часов | Лабор, ак. часов | Другие виды занятий, ак. часов |
|---|--------------------|-------------------------|---------------------------------|-----------------------------|------------------------|--------------------------------------|
| 1 | 3=4+5+6 +7+8 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Тема 1. Основные функциональные пространства. Метрические пространства. Нормированные пространства. Евклидовы пространства. Банаховы и гильбертовы пространства. | 5 | 5 | | | | |
| Тема 2. Ограниченные и неограниченные линейные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах. | 3 | 3 | | | | |
| Тема 3. Компактные операторы, критерий компактности оператора. Сопряженный оператор. | 3 | 3 | | | | |
| Тема 4. Нормально разрешимые операторы. Альтернатива Фредгольма. | 3 | 3 | | | | |

| | | | | | | |
|--|-----------|-----------|--|--|--|--|
| Тема 5. Априорные оценки линейных операторов в банаховых пространствах. | 3 | 3 | | | | |
| Тема 6. Регуляризаторы, почти обратимые операторы. Критерий для почти обратимых операторов. | 3 | 3 | | | | |
| Тема 7. Нётеровые операторы, основные свойства, индекс оператора. Примеры нётеровых операторов. Свойства нетеровых операторов. Нетеровость и индекс сопряженного оператора. | 3 | 3 | | | | |
| Тема 8. Композиции нётеровых операторов. Возмущения нётеровых операторов компактными и конечномерными операторами. | 3 | 3 | | | | |
| Тема 9. Возмущения линейных операторов. Теоремы об индексе возмущенных операторов. | 2 | 2 | | | | |
| Тема 10. Обобщенные функции и действия над ними. Основные пространства обобщенных функций. Соболевские изотропные и анизотропные пространства. Линейные дифференциальные операторы, действующие в соболевских пространствах. | 2 | 2 | | | | |
| Тема 11. Обзор применений в теории сингулярных интегральных, интегро-дифференциальных, эллиптических и гипоеллиптических операторов. | 2 | 2 | | | | |
| ИТОГО | 32 | 32 | | | | |

2.2.2. Краткое содержание разделов дисциплины в виде тематического плана

Тема 1. Основные функциональные пространства

Изучение основных типов функциональных пространств, включая метрические, нормированные, евклидовы пространства, а также банаховы и гильбертовы пространства. Рассмотрение их свойств и взаимосвязей.

Тема 2. Ограниченные и неограниченные линейные операторы

Анализ ограниченных и неограниченных линейных операторов в банаховых и гильбертовых пространствах, их основные свойства и примеры.

Тема 3. Компактные операторы и сопряженные операторы

Обсуждение компактных операторов, критериев компактности, и введение в понятие сопряженного оператора.

Тема 4. Нормально разрешимые операторы. Альтернатива Фредгольма

Исследование нормально разрешимых операторов и принципа альтернативы Фредгольма.

Тема 5. Априорные оценки линейных операторов

Разработка методов априорных оценок для анализа стабильности решений в банаховых пространствах.

Тема 6. Регуляризаторы и почти обратимые операторы

Введение в понятие регуляризаторов и почти обратимых операторов, включая критерии для их идентификации.

Тема 7. Нётеровы операторы и их свойства

Обсуждение свойств нётеровых операторов, включая индекс оператора и его взаимосвязь с сопряженными операторами.

Тема 8. Композиции и возмущения нётеровых операторов

Изучение воздействия композиций и возмущений нётеровых операторов компактными и конечномерными операторами.

Тема 9. Возмущения линейных операторов

Анализ теорем об индексе для возмущенных операторов и их применения.

Тема 10. Обобщенные функции и действия над ними

Рассмотрение основных пространств обобщенных функций, включая Соболевские пространства, и действий линейных дифференциальных операторов в этих пространствах.

Тема 11. Применения в теории сингулярных и других операторов

Обзор применений обобщенных функций и соответствующих операторов в теории сингулярных интегральных, интегро-дифференциальных, эллиптических и гипоеллиптических операторов.

2.2.3. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционная аудитория

Доска

2.3. Модульная структура дисциплины с распределением весов по формам контролей

| Формы контролей | Вес формы (форм) текущего контроля в результирующей оценке текущего контроля (по модулям) | | Вес формы промежуточного контроля в итоговой оценке промежуточного контроля | | Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей | | Вес итоговой оценки промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей (семестровой оценке) | Весы результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля |
|---|---|----|---|-----|---|-----|--|---|
| | M1 | M2 | M1 | M2 | M1 | M2 | | |
| Вид учебной работы/контроля | M1 | M2 | M1 | M2 | M1 | M2 | | |
| Контрольная работа <i>(при наличии)</i> | | | | 0,7 | | | | |
| Устный опрос <i>(при наличии)</i> | | | | | | | | |
| Тест <i>(при наличии)</i> | | | | | | | | |
| Лабораторные работы <i>(при наличии)</i> | | | | | | | | |
| Письменные домашние задания <i>(при наличии)</i> | | | | 0,3 | | | | |
| Реферат <i>(при наличии)</i> | | | | | | | | |
| Эссе <i>(при наличии)</i> | | | | | | | | |
| Проект <i>(при наличии)</i> | | | | | | | | |
| <i>Другие формы (при наличии)</i> | | | | | | | | |
| Весы результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей | | | | | | 0,3 | | |
| Весы оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей | | | | | | 0,7 | | |

| | | | | | | | | |
|--|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей | | | | | | | | |
| Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей | | | | | | | 1 | |
| Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля | | | | | | | | 1 |
| Вес итогового контроля (Экзамен/зачет) в результирующей оценке итогового контроля | | | | | | | | |
| | $\Sigma = 1$ |

3. Теоретический блок

3.1. Материалы по теоретической части курса

3.1.1. Учебник(и)

1. Кутателадзе С.С. Основы функционального анализа. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2001.
2. Треногин В.А. Функциональный анализ. ФИЗМАТЛИТ, 2007.
3. Иосида К. Функциональный анализ. М.: Мир, 1967.
4. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М.: Мир, 1972.
5. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: Изд-во "Лань" 2009.
6. Данфорд Н. Шварц Т. Линейные операторы Ин.лит.М. 1963.
7. Хермандер Л., Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными. М. : Мир, 1986, том 1-5.
8. Крейн С.Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве. М.: Наука, 1967.

Дополнительная литература

1. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М., Интегральные представления и теоремы вложения. М. : Мир, 1989.

2. М.С. Агранович, “Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы”, УМН, 20:5(125) (1965), 3–120.

3. Grubb, Gerd. Distributions and Operators. Springer-Verlag New York, 2019.

4. Фонды оценочных средств

Контрольная работа: Содержит задачи и теоретические вопросы для проверки понимания и умения применять полученные знания

5. Методический блок

5.1. Методика преподавания

5.1.1. Методические рекомендации для студентов по подготовке к семинарским, практическим или лабораторным занятиям, по организации самостоятельной работы студентов при изучении конкретной дисциплины.

Изучение теоретического материала: Перед занятиями важно изучить соответствующие теоретические разделы учебников и научных статей.

Проработка примеров: Освоение методов решения задач на примерах, приведенных в учебных пособиях или лекциях.

Подготовка вопросов: Формулирование вопросов по сложным и непонятным темам для обсуждения на занятиях.