

**ГОУ ВПО Российско-Армянский (Славянский)
университет**

Утверждено
Директор Института
Математики и Информатики
Дарбинян А.А.
«18» июня 2024, протокол №15



УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины: Теория вероятностей и математическая статистика

Автор (ы) д.ф.-м.н., профессор Арамян Рафик Грачикович
Ф.И.О, ученое звание (при наличии), ученая степень (при наличии)

**Направление подготовки: «Прикладная математика и информатика»
01.03.02**

1. АННОТАЦИЯ

1.1. Краткое описание содержания данной дисциплины;

Теория вероятностей и математическая статистика - Математическая дисциплина, изучающая закономерности случайных явлений. Возникновение как науки относится к XVII веку. Основные разделы –теория случайных величин, теория предельных теорем и теория случайных процессов. Спектр приложений исключительно велик: теоретическая физика, генетика, астрономия, теория связи, теория автоматического регулирования, экономика и т. д. Математическая статистика дисциплина, предмет которой является разработка математических методов, анализ статистических данных. Может рассматриваться как раздел теории вероятностей, занимающийся задачами построения вероятностных моделей, наиболее адекватным образом соответствующих имеющимся статистическим данным. Применения: во всех сферах практической деятельности, в которых необходимо принимать решения на основе результатов экспериментов.

1.2. Трудоемкость в академических кредитах и часах, формы итогового контроля (экзамен/зачет)

Кредиты - 7, общая трудоемкость изучения дисциплины -252 часа, форма итогового контроля: экзамен.

1.3. Взаимосвязь дисциплины с другими дисциплинами учебного плана специальности

Теория вероятностей и математическая статистика связана с такими дисциплинами как математический анализ, теория меры, дискретная математика, Probability theory and Mathematical statistics.

1.4. Результаты освоения программы дисциплины:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенций	Наименование индикатора достижений компетенций
ПК-2	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК- 2.1 ПК- 2.2 ПК- 2.3	Знать основные современные методы математического аппарата, их сильные и слабые стороны

			<p>Уметь применять основные современные методы математического моделирования в программах</p> <p>Владеть опытом в определении направления их усовершенствования</p>
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК- 2.1</p> <p>УК- 2.2</p> <p>УК- 2.3</p>	<p>"Знает как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации для решения поставленных профессиональных задач"</p> <p>"Умеет применять системный подход на основе поиска, критического анализа и синтеза информации для решения задач профессиональной области"</p> <p>"Владеет навыками поиска, синтеза и критического анализа информации в своей профессиональной области; владеет системным подходом для решения поставленных задач"</p>
УК-2		<p>УК- 2.1</p> <p>УК- 2.2</p> <p>УК- 2.3</p>	<p>"Знает подходы в постановке задач для достижения поставленной цели, обладает знаниями в выборе оптимальных способов их решения"</p>

			<p>"Умеет, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений, выбирать оптимальные способы решения задач в профессиональной области для достижения поставленной цели"</p> <p>"Владеет навыками определения круга профессиональных задач в рамках поставленной цели; выбором оптимальных способов их решения с учетом действующих правовых норм и имеющихся ресурсов"</p>

2. УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

3.

3.1. Цели и задачи дисциплины

Цель курса заключается в том, чтобы студенты получили фундаментальные знания по теории вероятностей и математической статистике, а также научились применять эти знания для решения прикладных задач. В рамках курса студенты освоят основные понятия и методы вероятностного анализа и статистического моделирования, что позволит им анализировать случайные процессы, делать выводы на основе данных и принимать обоснованные решения в условиях неопределенности. Основное внимание будет уделено практическому применению

Весы результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей								0.4	0.4		
Весы оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей								0.6	0.6		
Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей											
Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей										0.5	
Вес итоговой оценки 3-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей										0.5	
Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля											0.4
Экзамен/зачет (оценка итогового контроля)											0.6 (Экзамен/Зачет)
	$\Sigma = 1$										

Разделы и темы дисциплины	Всего ак. часов	Лекции, ак. часов	Практ. занятия, ак. часов	Семина-ры, ак. часов	Лабор, ак. часов	Другие виды занятий, ак. часов
Модуль 1.						
Раздел 1. Вероятностное пространства	36	18	18			
Тема 1.1. Понятие меры и вероятность. Вероятностное пространства.	4	2	2			
Тема 1.2. Независимость. Формула полной вероятности	4	2	2			
Тема 1.3. Формула Бернулли. Формулы Байеса	4	2	2			
Тема 1.4. Случайная величина и ее числовые характеристики	4	2	2			
Тема 1.5. Закон больших чисел	4	2	2			
Тема 1.6. Функция распределения и плотность распределения непрерывных величин	4	2	2			
Тема 1.7. Многомерные	4	2	2			

распределения						
Тема 1.8 Интеграл Лебега	4	2	2			
Тема 1.9 Основные неравенства: неравенства Чебышева, Маркова, Кантелли, Йенсена, Ляпунова, Гёльдера, Минковского.	4	2	2			
Модуль 2.						
Раздел 2. Аналитический аппарат для исследования распределений	20	10	10			
Тема 2.1. Цепи Маркова	4	2	2			
Тема 2.2. Производящие функции	4	2	2			
Тема 2.3. Характеристические функции. Формулы обращения	4	2	2			
Тема 2.4. Предельные теоремы для характеристических функций (Теоремы Хелли)	4	2	2			
Тема 2.5. Центральная предельная теорема	4	2	2			
Раздел 3. Законы больших чисел и ряды случайных величин	16	8	8			
Тема 3.1. Непрерывность вероятностной меры. Лемма Бореля – Кантелли.	4	2	2			
Тема 3.2. Остаточная σ -алгебра. Закон 0 и 1 Колмогорова.	4	2	2			
Тема 3.3. Различные виды сходимости случайных величин	4	2	2			
Тема 3.4. Усиленные законы больших чисел	4	2	2			
математическая статистика						
Раздел 4. Выборочный метод и выборочная функция распределения	24	12	12			
Тема 4.1. Выборочная функция распределения и ее свойства	4	2	2			
Тема 4.2. Теорема Гливленко Кантели	4	2	2			
Тема 4.3. Выборочные моменты и их свойства	4	2	2			
Тема 4.4. Методы нахождения оценок. Метод моментов.	4	2	2			

Тема 4.5. Методы нахождения оценок. Метод максимального правдоподобия	4	2	2			
Тема 4.6. Сравнение оценок.	4	2	2			
Раздел 5. Оценки Доверительный интервал	28	14	14			
Тема 5.1. Эффективность оценки	4	2	2			
Тема 5.2.Неравенство Рао — Крамера	8	4	4			
Тема 5.3.Интервальное оценивание	4	2	2			
Тема 5.4.Лемма Фишера и основные следствия леммы Фишера	4	2	2			
Тема 5.5.Точные ДИ для параметров нормального распределения	8	4	4			
Раздел 6. Проверка гипотез	10	10	10			
Тема 6.1.Статистические гипотезы Ошибки первого и второго рода	4	2	2			
Тема 6.2.Теорема Неймана Пирсона	4	2	2			
Тема 6.3. Критерии согласия. Критерий χ^2 квадрат Пирсона.	4	2	2			
Тема 6.4.Критерии согласия. Критерий Колмогорова.	4	2	2			
Тема 6.5 Проверка гипотезы независимости. Критерий χ^2 квадрат Пирсона.	4	2	2			
ИТОГО	140	68	72			

2.3.2.Краткое содержание разделов дисциплины в виде тематического плана

Теория вероятностей

- 1 Предмет Теории Вероятностей
- 2 Вероятностное пространство
- 3 Классическое определение вероятности
- 4 Геометрические вероятности
- 5 Условные вероятности (теорема умножения)
- 6 Полная группа событий
- 7 Формула полной вероятности
- 8 Независимые события
- 9 Формула Бейеса
- 10 Формула Бернулли. Локальная теорема Лапласа
- 11 Интегральная теорема Лапласа

- 12 Случайная величина. Закон распределения дискретной случайной величины
- 13 Биномиальное распределение. Распределение Пуассона
- 14 Математическое ожидание дискретной случайной величины
- 15 Дисперсия дискретной случайной величины и свойства дисперсии
- 16 Математическое ожидание и дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях
- 17 Неравенство Чебышева
- 18 Закон больших чисел
- 19 Функция распределения вероятностей случайной величины и свойства
- 20 Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и свойства
- 21 Числовые характеристики непрерывных случайных величин
- 22 Нормальное распределение
- 23 Центральная предельная теорема
- 24 Функция распределения двумерной случайной величины и свойства
- 25 Плотность совместного распределения непрерывной случайной величины и свойства
- 26 Условные распределения
- 27 Условное математическое ожидание
- 28 Независимые случайные величины
- 29 Корреляционный момент. Коэффициент корреляции
- 30 Линейная регрессия
- 31 Задачи математической статистики (на примере Бернули)
- 32 Статистические оценки параметров распределения
- 33 Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки
- 34 Оценки генеральной средней и генеральной дисперсии
- 35 Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной
- 36 Доверительные интервалы. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения
- 37 Методы нахождения оценок
- 38 Метод наибольшего правдоподобия

Математическая статистика

1. Выборочный метод и выборочная функция распределения.
2. Выборочная функция распределения и её свойства.
3. Выборочные моменты и их свойства.
4. Выборочные дисперсии и их свойства.
5. Теорема Гливленко - Кантелли.
6. Точечные оценки. Несмещённость, состоятельность оценок.
7. Оценки генеральной средней и генеральной дисперсии.
8. Методы нахождения оценок. Метод моментов. Состоятельность оценки.
9. Методы нахождения оценок. Метод максимального правдоподобия.
10. Сравнение оценок. Среднеквадратический подход. Эффективность оценки.
11. Единственность эффективной оценки в классе с заданным смещением.
12. Асимптотически нормальные оценки (АНО). Состоятельность оценки.
13. Асимптотический подход к сравнению оценок. Состоятельность оценки.
14. Интервальное оценивание.
15. Неравенство Рао - Крамера.
16. Гамма-распределение и его свойства.

17. Распределение χ^2 (“хи-квадрат”). Распределение Стьюдента и его свойства
18. Распределение χ^2 (“хи-квадрат”). Распределение Фишера и его свойства.
19. Преобразования нормальных выборок.
20. Лемма Фишера и основные следствия леммы Фишера.
21. Точные ДИ для параметров нормального распределения.
22. Статистические гипотезы Ошибки первого и второго рода.
23. Уровень значимости и мощность критерии.
24. Рандомизированный критерий Оптимальный критерий.
25. Теорема Неймана - Пирсона.
26. Оптимальный критерий для проверки гипотез о параметрах нормального распределения.
27. Критерии согласия: критерий χ^2 (“хи-квадрат”) Пирсона.
28. Критерии согласия: критерий Колмогорова.
29. Теорема Колмогорова.
30. Критерий χ^2 (“хи-квадрат”) Пирсона для проверки параметрической гипотезы.
31. Проверка гипотезы однородности: критерий Колмогорова - Смирнова.
32. Проверка гипотезы независимости: критерий χ^2 (“хи-квадрат”) Пирсона.
33. Проверка гипотезы о совпадении средних двух нормальных выборок с равными дисперсиями.
34. Проверка гипотезы о совпадении дисперсий двух нормальных выборок.

1.1.1. Краткое содержание семинарских/практических занятий/лабораторного практикума

Лекционные занятия по теории вероятностей: Изложение основных концепций, включая вероятностное пространство, случайные величины, события и их вероятности. Рассмотрение различных типов распределений вероятностей и основных теорем, таких как закон больших чисел и центральная предельная теорема. Анализ случайных процессов и статистических моделей.

Практические занятия по теории вероятностей: Решение задач на основе конкретных вероятностных моделей, расчет вероятностей событий и характеристик случайных величин. Применение статистических методов для анализа данных и проверки гипотез. Использование программного обеспечения для моделирования случайных экспериментов и интерпретации результатов.

1.2. Модульная структура дисциплины с распределением весов по формам контролей

Формы контролей	Веса форм текущих контролей в результирующих оценках текущих контролей	Веса форм промежуточных контролей в оценках промежуточных контролей	Веса оценок промежуточных контролей и результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей	Веса итоговых оценок промежуточных контролей в результирующей оценке промежуточных контролей	Веса результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля

										очных контроле й	контроля
	М1 ²	М2	М3	М1	М2	М3	М1	М2	М3		
Вид учебной работы/контроля											
Контрольная работа						1					
Тест											
Курсовая работа											
Лабораторные работы											
Письменные домашние задания			1								
Реферат											
Эссе											
<i>Другие формы (Указать)</i>											
<i>Другие формы (Указать)</i>											
Весы результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей									0.4		
Весы оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей									0.6		
Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей											
Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей											
Вес итоговой оценки 3-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей										1	
Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля											0.4
Экзамен/зачет (оценка итогового контроля)											0.6 (Экзамен/Зачет)
	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

² Учебный Модуль

2. Теоретический блок

Основная литература

1. Севастьянов Курс теории вероятностей и математической статистики
2. Ширяев А.Н., Вероятность, М. , "Наука", 2004.
- 3.. Боровков А. А., Теория вероятностей, Москва, Наука, 2016.
- 4.Чернова Н. И. Лекции по математической статистике (электронная версия)
5. Биллингсли П., Сходимость вероятностных мер. М., Наука, 1977

Дополнительная литература

1. Kallenberg O. Foundations of Modern Probability. Springer-Verlag, New York, 1997.

3. Фонды оценочных средств

Планы практических и семинарских занятий

Контрольные работы

Проектные работы

Домашние задания

Устные опросы

4. Методический блок

4.1. Методика преподавания

В основу методики преподавания и обучения положен тезис о том, что формирование профессиональных компетенций осуществляется в полном соответствии с диалектическим законом перехода количественных изменений в качественные. Для создания наилучших условий для действия этого закона, а также мотивации студентов применяются пять принципов: солидарности, объективности, основательности, актуальности и рационального использования времени. Принципы, с изложением их содержания, доводятся до студентов на первой лекции в ходе организационно-методических указаний.

Доступ к электронному курсу лекций избавляет студентов от необходимости тотальной записи излагаемого лекционного материала, что, в свою очередь, создаёт условия для продуктивной мыслительной работы. Текущий контроль осуществляется в ходе практических занятий: по итогам каждого занятия студенты оцениваются по трём составляющим: присутствие, выполнение домашнего задания, активность и проявленные знания в ходе самого занятия.

Итоговый контроль осуществляется в виде устного опроса на основе письменно изложенных студентом ответов на вопросы контрольного билета. Порядок оценивания разъясняется студентам в начале обучения и доводится до них в письменном виде в электронном формате.